

Piercarlo Margiotta

Piercarlo Margiotta

I ponti ad arco in calcestruzzo sostenuti da cavi nelle fasi di costruzione ed esercizio

**I ponti ad arco in calcestruzzo sostenuti da
cavi nelle fasi di costruzione ed esercizio**



Dottorato in Ingegneria delle Strutture - XXII Ciclo
Settore disciplinare: ICAR09
Università degli Studi di Palermo



Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture
Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e Aerospaziale
Università degli Studi di Palermo
Viale delle Scienze, 90128 Palermo

I ponti ad arco in calcestruzzo sostenuti da cavi nelle fasi di costruzione ed esercizio

Tesi di Dottorato di

Piercarlo Margiotta

Tutor:

Prof. Marcello Arici

Coordinatore:

Prof. Lidia La Mendola

*Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture - XXII Ciclo
Settore disciplinare ICAR09
Palermo, 15 Febbraio 2011*

INDICE

1.	Generalità sugli archi	5
1.1	Introduzione	5
1.2	Fondamenti teorici	16
1.2.1	<i>Statica. Tipologie di arco</i>	18
1.2.2	<i>Teoria del primo ordine</i>	31
1.2.3	<i>La caduta di spinta</i>	37
1.2.4	<i>Archi a spinta eliminata e caduta di spinta per deformabilità del tirante</i>	40
1.2.5	<i>Non linearità nei ponti ad arco</i>	43
1.3	Ponti ad arco a spinta eliminata	46
1.4	Metodi costruttivi dei ponti ad arco	56
1.4.1	<i>Costruzione su centina</i>	57
1.4.2	<i>Costruzione per sbalzi successivi</i>	60
1.4.3	<i>Costruzione dell'arco per rotazione dei due semiarchi</i>	63
1.4.4	<i>Traslazione orizzontale e verticale della struttura completa</i>	64
2.	Problematiche connesse alle fasi costruttive dei ponti ad arco sostenuti da cavi	67
2.1	Introduzione	67
2.2	Sequenza di tesatura dei cavi	69
2.2.1	<i>Metodi per la determinazione delle forze iniziali nei cavi</i>	70
2.2.2	<i>Analisi strutturale della sequenza costruttiva</i>	76
2.2.3	<i>Problematiche costruttive dei ponti ad arco a via inferiore</i>	80

2.3	L'influenza dei fenomeni lenti nella costruzione e nell'esercizio dei ponti in c.a. e c.a.p.	82
2.3.1	<i>Teoria della viscoelasticità lineare</i>	89
2.3.1.1	<i>Principi fondamentali della viscoelasticità lineare</i>	90
2.3.1.2	<i>Metodo AAEM</i>	96
2.3.1.2	<i>Funzione di rilassamento ridotta</i>	100
2.3.2	<i>Stati di sollecitazione e deformazione in presenza di sola viscosità per strutture precomprese</i>	104
2.3.2.1	<i>Carichi permanenti</i>	104
2.3.2.2	<i>Precompressione</i>	105
2.3.3	<i>Stati di sollecitazione e deformazione per cambiamento di schema statico in presenza di deformazioni differite</i>	108
2.3.3.1	<i>Effetti del cambiamento di schema statico sui carichi permanenti</i>	109
2.3.3.2	<i>Effetti del cambiamento di schema statico sulla precompressione</i>	111
2.3.4	<i>Effetti dei fenomeni lenti nel tempo sui ponti a cavi</i>	113
2.3.5	<i>Effetti dei fenomeni lenti nel tempo sui ponti ad arco</i>	116
3.	I ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi	119
3.1	Confronto tra ponti ad arco e ponti strallati	119
3.2	Sequenza di tesatura dei cavi nei ponti strallati in calcestruzzo	124
3.2.1	<i>Applicazione numerica</i>	127
3.3	Sequenza di tesatura dei cavi nei ponti ad arco in calcestruzzo costruiti per sbalzi successivi	132
3.3.1	<i>Applicazione numerica</i>	135

4. I ponti ad arco in calcestruzzo a spinta eliminata	147
4.1 Le pretensioni dei pendini dei ponti bowstring	147
4.2 Determinazione delle pretensioni e forma dell'arco	150
4.3 Applicazione numerica	154
5. Conclusioni	165
Bibliografia	169

CAPITOLO 1.

GENERALITÀ SUGLI ARCHI

1. Introduzione

“L’arco è un elemento forte che nasce dalla somma di due debolezze... è composto da quarti di cerchio, entrambi debolissimi e che tendono a cadere, tuttavia opponendosi tra loro, le due debolezze si convertono in un’unica forza”. Così nel XV secolo definiva l’arco Leonardo da Vinci, uno dei primi studiosi a comprenderne il funzionamento con un certo rigore teorico. In realtà, l’utilizzo dell’arco come elemento strutturale ha origini notevolmente precedenti e, sebbene non sia possibile datare esattamente la costruzione dei primi archi, è possibile affermare che i primi resti di strutture ad arco risalgono alla civiltà mesopotamica fra il IV e III millennio a.C. (Fernandez Troyano, 2005; Pizzetti, 1980).

Si hanno varie testimonianze di strutture ad arco realizzate nel corso dei secoli successivi, ma solo nell’architettura romana l’arco trova il suo primo periodo di grande diffusione. Nonostante il comportamento strutturale non

fosse ancora stato compreso con assoluta esattezza, alcune iscrizioni testimoniano come l'idea della funzione resistente dell'arco fosse comunque presente. “Ars ubi materia vincitur ipsa sua”, “Arte dove la materia vince se stessa”, sono le parole che compaiono sul portale del ponte ad arco di Alcántara (fig. 1.1 a) in Spagna (“al-Qantarat”, قرطنة, significa “il ponte” in arabo). I ponti ad arco romani per lo più erano in muratura, a sagoma semicircolare e ad oggi ne esistono ancora più di trecento esemplari, a testimonianza della solidità di queste strutture. Non erano rare configurazioni ad arcate multiple, come lo stesso ponte di Alcántara, anche disposte su più livelli, come il Pont du Gard (fig. 1.1 b), che faceva parte di un acquedotto romano del I secolo a.C.. Accanto alla pietra, l'unico altro materiale da costruzione utilizzato fino al XIX secolo è stato il legno. Tuttavia, i ponti in legno erano considerati di minore importanza rispetto a quelli in pietra e, ad oggi, ne rimangono pochissime tracce.



Figura 1.1.- Ponti ad arco in muratura: a) Ponte Alcántara; b) Pont du Gard.

Nel medioevo con l'evoluzione delle metodologie costruttive i ponti ad arco iniziano a differenziarsi nella sagoma ed a diventare più snelli e leggeri, potendo così raggiungere luci maggiori. Uno dei principali esempi è il ponte Vecchio a Firenze che è uno dei primi casi di ponte ad arco ribassato della storia.

Come detto, l'arco è la struttura per eccellenza dei ponti in muratura, costruiti, quindi, con materiali non resistenti a trazione. Tuttavia, a partire dalla fine del XVIII secolo, con lo sviluppo delle tecniche di lavorazione della ghisa e del ferro, furono costruiti numerosi ponti ad arco metallici. Il primo esempio è il ponte di Coalbrookdale (fig. 1.2) di A. Darby, sul fiume Severn in Gran Bretagna, che supera una luce di 30 m con uno schema del tutto analogo a quello dei ponti ad arco in pietra, struttura che sicuramente era la più conosciuta dagli ingegneri dell'epoca.

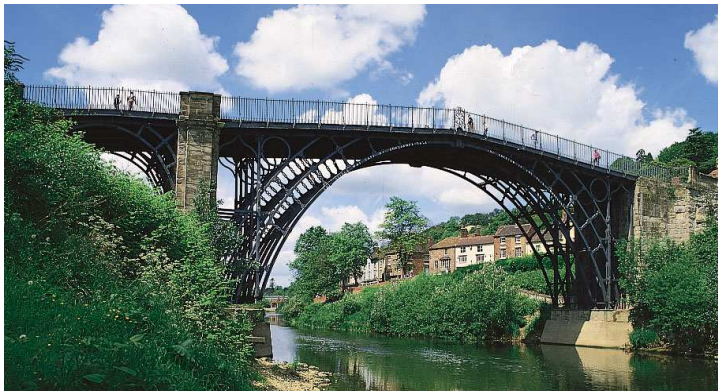


Figura 1.2.- Ponti ad arco metallici: ponte di Coalbrookdale (Iron Bridge).

Nel secolo successivo i ponti ad arco metallici ebbero grande sviluppo, anche grazie alle opere di Thomas Telford che avevano un'organizzazione strutturale più corretta delle precedenti. Inoltre, fino alla metà del '800, la quasi totalità dei ponti ad arco era a via superiore. L'introduzione dei ponti ad arco a via inferiore si deve a Squire Whipple che, con il brevetto "Iron Bowstring Bridge" del 1841, può essere considerato l'inventore dei ponti ad arco a spinta eliminata. La prima realizzazione è da attribuire a Robert Stephenson che nel 1849, per attraversare il fiume Tyne a Newcastle, costruì il ponte High Level (fig. 1.3), una struttura ad archi in ghisa la cui spinta, anziché trasmettersi alle pile, era ripresa da tiranti in ferro che erano associati ad un impalcato stradale appeso agli stessi archi per mezzo di pendini rigidi.

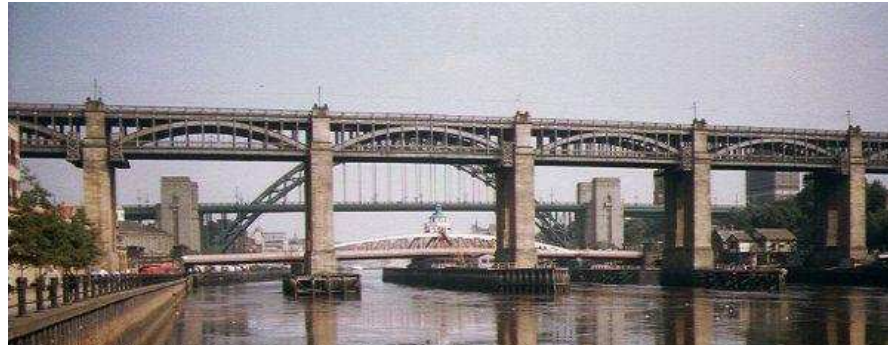


Figura 1.3.- Primo ponte bowstring: ponte High Level.

Lo schema strutturale dei primi ponti bowstring prevedeva un arco molto rigido ed un impalcato a travata sottile, sostenuta da una cortina di pendini, che può considerarsi soggetta alla sola flessione locale funzione dell'interasse dei tiranti. Questo è ad esempio lo schema statico adottato per la realizzazione di numerosi ponti ferroviari sul fiume Reno in Germania. Nel 1871 Joseph Langer realizzò un ponte a Graz, invertendo questo rapporto di rigidità: accoppiò un arco snello ad una trave rigida di impalcato. Diminuendo la rigidità dell'arco, questo risulta sottoposto quasi esclusivamente a compressione, poiché si riducono gli sforzi di flessione cui esso è soggetto. Contemporaneamente, però, risulta necessario aumentare la rigidità dell'impalcato affinché esso possa resistere ai carichi mobili senza eccessive deformazioni. In questo modo si ottiene una soluzione analoga a quella dei ponti sospesi in cui il cavo, non possedendo alcuna rigidità flessionale, risulta soggetto unicamente a sforzo assiale, questa volta di trazione. Tuttavia, l'arco, essendo una struttura che resiste a compressione, ha bisogno di un minimo di rigidità per evitare problemi di instabilità, che non insorgono negli elementi in trazione. A differenza del classico arco bowstring, dove la distribuzione delle tensioni dei pendini corrisponde ai carichi variabili cui è soggetto l'impalcato, nell'arco sottile ideato da Langer è la forma dell'arco a governare la distribuzione degli sforzi nei pendini (Nascè, 2008).

Una variante dell'arco a spinta eliminata, molto utilizzata nel XIX secolo, consisteva nel dare curvatura anche al tirante. In questo modo si potevano sommare gli effetti delle curvature opposte dei due archi, solitamente connessi con elementi reticolari. Per questa ragione tali strutture, con un comportamento al limite tra quello dell'arco e quello della trave, sono anche conosciute come travi lenticolari. Tuttavia, questa soluzione fu presto abbandonata perché rendeva necessario l'utilizzo di tre distinti elementi: arco, tirante ed impalcato. La più importante realizzazione di un ponte con questo schema con tirante curvo è il Royal Albert di I. Brunel (fig. 1.4), in Gran Bretagna. Si tratta di un ponte a due campate, in cui gli archi superiori hanno una sezione tubolare mentre quelli inferiori sono realizzati con catene analoghe a quelle dei primi ponti sospesi. Con i loro 132 m di luce per ciascuna campata, gli archi del Royal Albert erano all'epoca i più lunghi del mondo.



Figura 1.4.- Ponti lenticolari: ponte Royal Albert.

Tale record fu presto superato dal ponte St. Louis (fig. 1.5) sul fiume Mississippi, ultimato nel 1874. Si tratta, infatti, di una struttura costituita da tre archi con luci rispettivamente di 152, 157 e 152 m. Strutture di tali dimensioni necessitavano però di più avanzati sistemi costruttivi. Con il ponte St. Louis venne introdotto per la prima volta il sistema di costruzione per

sbalzi successivi, metodo che venne in seguito adoperato per la maggior parte dei grandi ponti ad arco, strallati ed a travata, metallici e, successivamente in calcestruzzo. La realizzazione degli archi di questo ponte fu fatta costruendo i semiarchi per sbalzi successivi, procedendo simmetricamente dalle pile. Poiché la sezione resistente non aveva capacità sufficiente per sopportare il peso degli sbalzi, durante le fasi costruttive i semiarchi furono strallati con dei tiranti provvisori sostenuti da torri in legno poste sulle pile e sulle spalle.



Figura 1.5.- Ponte St. Louis.

Questa nuova metodologia costruttiva ebbe grande successo, tanto da essere riproposta pochi anni dopo da Gustave Eiffel per la realizzazione del ponte Maria Pia sul fiume Duero ad Porto. Tutt'oggi è probabilmente l'unico metodo per la costruzione di questo tipo di strutture di media e grande luce nei casi in cui non è possibile utilizzare centine o appoggi intermedi provvisori.

Anche nei ponti a via inferiore il sistema di sospensione dell'impalcato era costituito da elementi rigidi. La configurazione più comune per i ponti a spinta eliminata era quella in cui si avevano archi reticolari con un impalcato a graticcio sospeso tramite pendini verticali. Questa è, ad esempio, la struttura dei ponti di Colonia Sud e Hohenzollern, realizzati nei primi anni del XX secolo e ricostruiti dopo la Seconda Guerra Mondiale, con la stessa forma dell'originale.

Successivamente, l'ingegnere svedese Octavius Nielsen, ideò un sistema per conferire rigidità ai ponti ad arco a via intermedia e inferiore. Il sistema Nielsen (fig. 1.6) prevede che l'impalcato sia sorretto da tiranti di sospensione inclinati sulla verticale in modo da migliorare la collaborazione tra arco ed impalcato, consentendo di diminuire le dimensioni di questi due elementi. In tale configurazione geometrica, sotto l'azione di carichi concentrati o asimmetrici, i pendini più esterni sono soggetti alternativamente a sforzi di compressione e di trazione per cui diventa necessario pretesarli.



Figura 1.6.- Ponte ad arco con sistema Nielsen.

Tra la fine dell'800 e l'inizio del '900, invece, si può collocare la comparsa dei primi archi in calcestruzzo, materiale che, essendo capace di resistere a compressione, risultava adatto a questo tipo di strutture. I primi ponti ad arco di questo materiale possono essere considerati gli eredi diretti dei ponti in muratura con il vantaggio della possibilità di realizzare l'arco monolitico, ottenendo le forme desiderate attraverso il getto entro casseri. Proprio questa grande qualità del calcestruzzo fu sfruttata in maniera geniale da Robert Maillart per realizzare splendidi ponti come, ad esempio, il Salgina – Tobel (fig. 1.7), un ponte ad arco a tre cerniere con sezione variabile molto pronunciata.



Figura 1.7.- Ponti Maillart: ponte Salgina - Tobel.

In altre sue celebri realizzazioni, Maillart utilizzò uno schema innovativo per i ponti in calcestruzzo che prendeva origine da quello ideato da Langer. I ponti Maillart ad arco sottile sono caratterizzati da una rigidezza flessionale minima dell'arco, sufficiente a garantire la stabilità, di modo che resista quasi esclusivamente agli sforzi assiali. Di contro la rigidezza dell'impalcato deve essere maggiore di quella di un classico ponte ad arco in modo da ripartire i carichi mobili concentrati ed asimmetrici. Il più grande ponte ad arco sottile tipo Maillart è il ponte sulla valle di Tschiel in Svizzera, realizzato nel 1925 (fig. 1.8).



Figura 1.8.- Ponti Maillart: ponte sulla valle di Tschiel.

Tuttavia, la diffusione dei ponti ad arco in calcestruzzo fu inizialmente limitata a causa dei problemi costruttivi, legati soprattutto al notevole peso proprio di queste strutture. Per questo motivo lo sviluppo dei ponti ad arco in calcestruzzo fu strettamente legato all'evoluzione delle metodologie costruttive. In modo particolare, l'introduzione della costruzione per sbalzi successivi con stralli provvisori, che consente di evitare l'impiego di costosissime centine, rese questa soluzione strutturale molto competitiva nel campo dei ponti ad arco di media e grande luce. Inoltre, proprio per ridurre al massimo il peso proprio della struttura, in calcestruzzo furono realizzati numerosi ponti ad arco, a via inferiore o intermedia, con lo schema Nielsen inizialmente utilizzato per strutture metalliche. Tale sistema, come detto, permette di realizzare arco ed impalcato particolarmente snelli.



Figura 1.8.- Ponti Nielsen in calcestruzzo: ponte di Castelmoron.

Nella prima metà del '900 l'impresa Christiani & Nielsen progettò e realizzò numerosi ponti ad arco in calcestruzzo con pendini inclinati, con luci superiori ai 140 m. In Francia, ad esempio, fu costruito nel 1933 il ponte di Castelmoron (fig. 1.8), un arco a due cerniere in calcestruzzo, a via intermedia, con luce 143 m. Dello stesso periodo è un'altra notevole struttura in calcestruzzo realizzata sempre secondo lo schema Nielsen: si tratta del ponte della Coudette, un arco a spinta eliminata di 111 m di luce ultimato nel 1943.

Alla fine del XX secolo i ponti ad arco a spinta eliminata sono stati rivisitati con soluzioni con impalcato superiore all'arco. In tal caso la spinta viene canalizzata attraverso elementi diagonali che salendo dalle fondazioni collegano l'impalcato alle imposte dell'arco, cosicché il tirante è superiore e l'arco inferiore. Questo schema, utilizzato ad esempio da J. Manterola Armisen nel ponte Arriondas (fig. 1.9) sul fiume Sella in Spagna, funziona correttamente solo se le estremità sono rigidamente connesse e se non ci sono deformazioni relative tra fondazioni ed impalcato; inoltre, deve essere possibile uno spostamento orizzontale agli estremi per consentire la trasmissione delle forze ed attivare il tirante.

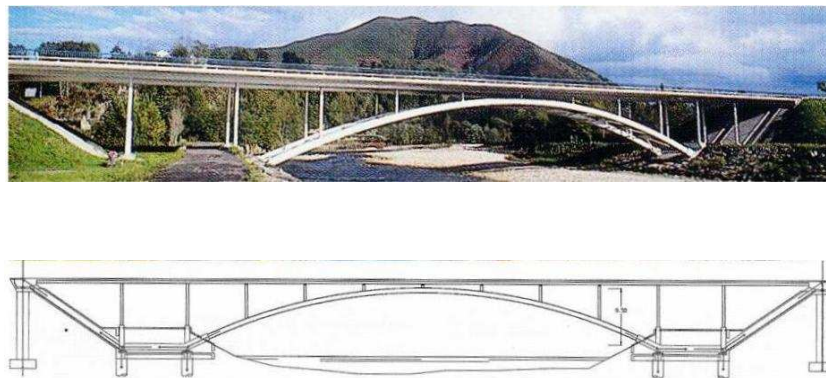


Figura 1.9.- Ponte a spinta eliminata a via superiore: ponte Arriondas.

Al giorno d'oggi il ponte ad arco in calcestruzzo è una soluzione frequentemente adottata per luci medio – grandi , grazie all'evoluzione tecnologica soprattutto nel campo dei materiali. L'impiego di calcestruzzi ad alta resistenza e di acciai sempre più performanti, così come l'utilizzo della precompressione hanno permesso la realizzazione di opere prima inimmaginabili. Esistono, infatti, splendidi ponti ad arco in calcestruzzo costruiti nell'ultimo decennio come, ad esempio, il ponte Infante Dom Henrique (fig. 1.10) sul fiume Duero a Porto e il ponte del Terzo Millennio (fig. 1.11) sull'Ebro a Saragozza. Il primo, progettato da Antonio Adão da Fonseca, è un ponte ad arco ribassato a via superiore di 280 m di luce, realizzato con il procedimento costruttivo per sbalzi successivi con tiranti provvisori.

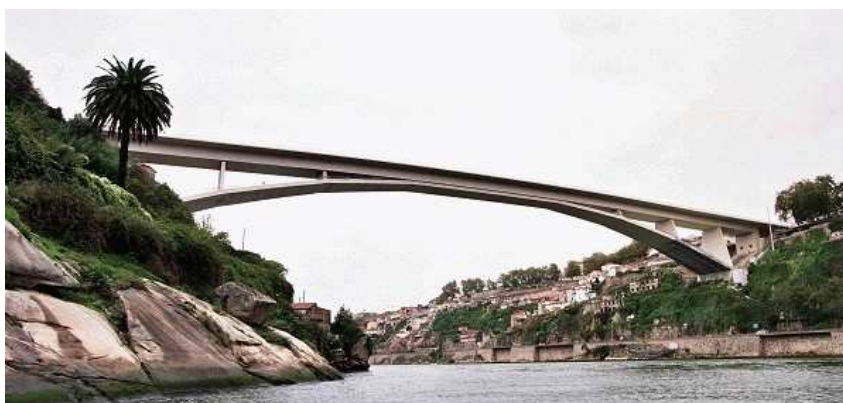


Figura 1.10.- Ponte Infante D. Henrique.

Il secondo, invece, disegnato da Juan José Arenas de Pablo, è un arco bowstring che con i 216 m della sua campata principale è il ponte in calcestruzzo di maggior luce attualmente realizzato con questo schema strutturale.



Figura 1.11.- Ponte del Terzo Millennio.

2. Fondamenti teorici

La funzione di una qualsiasi struttura resistente è quella di sopportare i carichi grazie alla generazione di uno stato di sollecitazione interno, dipendente dalla geometria della struttura e dai suoi vincoli (Raithel, 1970). In una trave soggetta a carichi verticali, lo stato di sollecitazione principale è quello flettente in cui l'equilibrio è garantito dal generarsi di una coppia interna formata dalle risultanti delle tensioni di compressione e trazione che formano il cosiddetto momento resistente. In campo elastico questo porta ad uno sfruttamento non ottimale dei materiali non resistenti a trazione. Si può allora pensare di ottenere un meccanismo resistente migliore agendo sulla geometria e sui vincoli della struttura.

Proprio su questo si basa il principio di funzionamento di un arco che resiste ai carichi con elementi ad asse curvilineo o poligonale soggetti essenzialmente a sforzi di compressione con la riduzione dei momenti flettenti a valori poco significativi rispetto a quelli di una trave doppiamente appoggiata della stessa luce. Per ottenere tale comportamento, tuttavia, non è sufficiente modificare la sagoma dell'elemento strutturale, ma è necessario

che esso sia opportunamente vincolato. Più precisamente è necessario che i vincoli di estremità siano in grado di esplicare una reazione orizzontale, oltre alle reazioni verticali tipiche della trave. La coesistenza della variazione dell'asse geometrico e della presenza della spinta orizzontale determina il nascere del comportamento ad arco, mentre solo uno dei due fattori farebbe aggravare la situazione. Infatti, la presenza di un'ipotetica reazione orizzontale H in una trave rettilinea soggetta ad un sistema di forze F_i non modificherebbe il comportamento flessionale, inducendo, invece, ulteriori tensioni normali. Analogamente in una struttura di ugual luce ad asse curvilineo o poligonale, senza reazioni verticali, si avrebbe il momento pari a quello di trave con in più lo sforzo normale. Il corretto comportamento flessionale di un arco, invece, è dato dalla seguente relazione, in cui il momento flettente è espresso in funzione di quello di una trave di uguale lunghezza soggetta agli stessi carichi:

$$M_a = M_t - H \cdot y \quad (1.1)$$

in cui M_a è il momento flettente in una generica sezione dell'arco, M_t è il momento della trave, H è la spinta orizzontale e y è la quota della sezione considerata. Poiché la (1) può anche scriversi

$$M_t = M_a + H \cdot y \quad (1.2)$$

si deduce immediatamente che il momento di trave viene sopportato nell'arco in parte ancora come momento flettente, M_a , e in parte da una coppia, $H \cdot y$, dipendente dal valore della spinta e dalla geometria dell'asse.

La legge di variazione del momento flettente nell'arco cambia in funzione delle condizioni di vincolo che si hanno alle estremità. Le configurazioni classiche degli archi sono essenzialmente tre: l'arco a tre cerniere, l'arco a due cerniere e l'arco doppiamente incastrato agli estremi. Gli ultimi due schemi sono iperstatici, mentre l'inserimento di una terza cerniera in chiave genera il vantaggio di rendere la struttura isostatica (Fernandez Troyano ,2005).

L'*arco incastrato* è quello che teoricamente è soggetto a flessioni minori a parità di carico. Contemporaneamente, tuttavia, essendo quello a maggior

grado di iperstaticità risente maggiormente delle variazioni di temperatura, del fluage, del ritiro e della cedibilità degli appoggi; per questa ragione i momenti flettenti complessivi possono anche risultare maggiori di quelli negli archi a due e a tre cerniere. Inoltre l'arco incastrato richiede un sistema di fondazione più rigido. La maggior parte dei grandi archi in cemento armato sono incastrati.

L'*arco a due cerniere* è stato utilizzato sovente, invece, per gli archi metallici (ne sono testimonianza i due grandi archi storici di Eiffel, il Maria Pia, sul Duero a Porto ed il Garabit sulla valle della Truyère in Francia) in cui la forma a sezione variabile segue la legge dei momenti.

L'*arco a tre cerniere*, è stato utilizzato in molti ponti per il fatto che è isostatico e pertanto la flessione cui è soggetto non viene influenzata dai cedimenti vincolari, né dai fenomeni di viscosità, ritiro o variazione di temperatura. D'altra parte esso può risentire di tali effetti quando gli spostamenti sotto carico diventano grandi ed il cambiamento di configurazione non è più trascurabile, cosa che conduce ad un problema strutturale non lineare.

2.1. Statica. Tipologie di arco

Anche se da un punto di vista cronologico l'arco incastrato agli estremi è comparso prima di quelli a due e a tre cerniere, è utile iniziare ad analizzare il comportamento statico degli archi a partire da quest'ultimo. Come già anticipato si tratta di una struttura isostatica e, pertanto, data la sua semplicità, consente l'immediata comprensione dei concetti fondamentali.

Con riferimento all'arco di figura 1.12, si consideri lo schema equivalente in cui è messa in evidenza la presenza della reazione H , sostituendo, quindi, la cerniera con un appoggio scorrevole. Le componenti verticali delle reazioni non sono influenzate da H e, pertanto, coincidono con quelle di una trave appoggiata di pari luce e soggetta ai medesimi carichi (Raithel, 1970).

Deriva da ciò che la legge del momento flettente si può scrivere ancora nella forma (1.1), cioè come somma dei termini relativi alle forze verticali (V_A , V_B , F_i) ed alla spinta. Inoltre, dovendo necessariamente essere nullo il momento in corrispondenza della cerniera intermedia, risulta:

$$M_a^* = M_t^* - H \cdot f = 0 \quad (1.3)$$

da cui a sua volta si deduce che

$$H = \frac{M_t^*}{f} \quad (1.4)$$

ovvero il valore che deve assumere la spinta affinché vi sia equilibrio nella struttura è pari al rapporto tra il momento in mezzzeria della trave equivalente e la freccia dell'arco. Noto il valore della reazione orizzontale dalla (1.1) si può immediatamente determinare il momento flettente agente nell'arco.

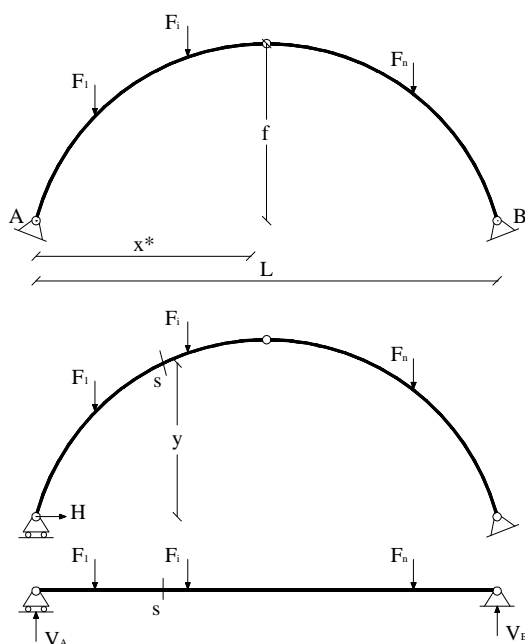


Figura 1.12.- Arco a tre cerniere

Dalla (1.4) si deduce che per archi la cui linea d'asse è affine, risulta, a parità di x^* ,

$$H \cdot f = cost = M_t^* \quad (1.5)$$

e, quindi, M_a è uguale per tutti, risultando:

$$H \cdot y = M_t^* \frac{y}{f} = M_t^* \cdot cost \quad (1.6)$$

Ciò implica che il momento flettente è indipendente dai valori assoluti di y e di f ma è unicamente funzione del loro rapporto, cioè della loro linea d'asse. Si può allora affermare che in un arco a tre cerniere il regime flessionale di archi affini è unico e che le differenze nel regime statico totale derivano esclusivamente dal taglio e dallo sforzo normale. L'intero stato di sollecitazione è completato dalle seguenti relazioni:

$$N = -H \cos \alpha - \left(V_A - \sum F_j \right) \sin \alpha \quad (1.7)$$

$$T = -H \sin \alpha + \left(V_A - \sum F_j \right) \cos \alpha \quad (1.8)$$

dove F_j sono le forze che precedono la sezione s la cui tangente è inclinata di un angolo α rispetto all'orizzontale.

Un concetto fondamentale nella teoria degli archi è quello di arco funicolare. Con riferimento alla (1.1), è immediato pensare che il funzionamento ideale per un arco è quello per cui si annullano i momenti flettenti. Definita allora la spinta in funzione di un'assegnata freccia, per ottenere il comportamento cercato è sufficiente porre

$$M_a = M_t - H \cdot y = 0 \quad (1.9)$$

da cui si ottiene l'espressione della linea d'asse, affine, con rapporto H , al diagramma dei momenti flettenti:

$$y(x) = \frac{M_t(x)}{H} \quad (1.10)$$

Per ottenere un meccanismo resistente fondato unicamente sullo sforzo assiale (anche lo sforzo di taglio è nullo essendo $M_a = cost = 0$), quindi, la forma dell'arco deve coincidere con la curva delle successive risultanti delle forze agenti sull'arco, cioè alla linea antifunicolare dei carichi. La curva antifunicolare è l'inversa della funicolare, forma che assume un filo flessibile quando ad esso viene applicato un sistema di forze. Si può osservare che il momento di trave viene equilibrato completamente dalla coppia $H \cdot y$ senza che intervenga un momento interno; la sezione risulta interamente compressa con l'ovvio vantaggio di sfruttare integralmente il materiale.

È opportuno sottolineare che in un arco a tre cerniere, qualunque siano i carichi agenti, la linea delle pressioni, curva la cui tangente in ogni punto coincide con la retta d'azione della risultante di tutte le forze che precedono quel punto, comprese le reazioni vincolari, deve necessariamente passare attraverso i tre perni delle cerniere. Una tale situazione può tradursi in certi casi in un indubbio vantaggio nei riguardi del regime statico interno. Ciò si verifica, ad esempio, quando la configurazione di carico è costituita esclusivamente da carichi fissi. In tale caso, i tre punti di passaggio obbligato, una volta fissato il valore del rapporto tra la freccia e la corda dell'arco, possono risultare di valido aiuto nella scelta di una direttrice che sia il più possibile prossima alla funicolare dei carichi (Petrangeli, 1996; Pizzetti 1980).

Al contrario, in presenza di carichi mobili, quegli stessi punti di passaggio obbligato possono condurre a notevoli svantaggi di ordine statico; tale circostanza è illustrata in fig. 1.13 nella quale il carico variabile è supposto ad azione concentrata ed asimmetrica; se tale carico viene ad interessare nel suo percorso una sola metà dell'arco, la curva delle pressioni, che permane rettilinea tra i perni C e B nella metà di arco scarica, si rialza nella metà carica e tale rialzamento viene ad accusare ordinate variabili al variare della posizione del carico nel tratto AC di arco. Si supponga ora che il carico concentrato, superata la cerniera di giunzione mutua C, vada ad interessare, nel suo percorso, il tratto CB di arco, il rialzamento della funicolare si ripropone in questo secondo tratto in modo del tutto analogo al primo.

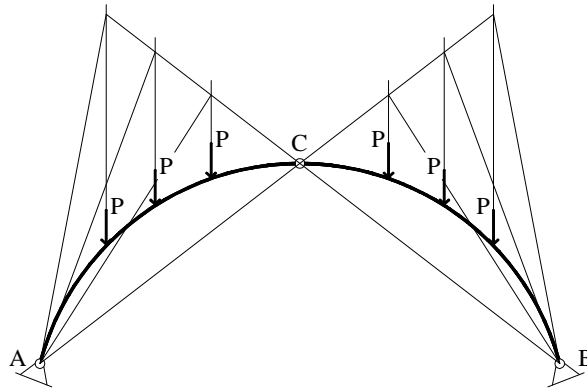


Figura 1.13.- Arco a tre cerniere soggetto a carichi variabili concentrati

Inoltre, l'arco a tre cerniere gode del privilegio, caratteristico di tutte le strutture isostatiche, di risultare insensibile alle variazioni termiche, ai cedimenti dei vincoli ed agli effetti dei fenomeni lenti, quali ritiro e viscosità, e ciò proprio in virtù del fatto che esso non accusa, in conseguenza di questi effetti, alcuno stato di coazione. Infatti, le rotazioni relative che si hanno tra le due membrature dalle cerniere consentono all'arco di deformarsi liberamente. La capacità di adattarsi liberamente propria della deformata dell'arco a tre cerniere rende questa tipologia di arco meno appropriata a soddisfare le esigenze del traffico, specialmente in relazione al problema dei carichi mobili e delle sollecitazioni di natura dinamica. Infatti, in una struttura isostatica soggetta a carichi dinamici, le deformazioni, al di là di determinati limiti, producono un abbassamento delle frequenze proprie di risonanza provocando l'esaltazione di tutti gli sforzi secondari. Tutte queste considerazioni hanno portato i progettisti a preferire all'arco a tre cerniere strutture iperstatiche di minore deformabilità. Nel campo delle infinite possibilità di archi iperstatici, come visto in precedenza, vengono preferibilmente utilizzati quelli a due cerniere e quelli con incastri di estremità.

L'arco a due cerniere è una struttura una volta iperstatica, caratterizzata da una curva delle pressioni con due soli passaggi obbligati corrispondenti alle cerniere d'estremità. Se da un lato tale circostanza lo rende maggiormente adatto a sopportare i carichi mobili, dall'altro la possibilità che hanno le diverse sezioni di ruotare senza particolari limitazioni, rappresenta un vantaggio per ciò che riguarda il regime statico relativo ai carichi fissi. Inoltre, dal punto di vista delle deformazioni impresse, l'arco a due cerniere non risente di eventuali cedimenti verticali delle imposte in quanto il cedimento verticale di una cerniera di estremità non altera sensibilmente la situazione equilibrata della struttura, potendo essere ammortizzato dalle rotazioni sviluppate dall'altra cerniera di estremità. Tali strutture, invece, risultano sensibili ad eventuali cedimenti orizzontali delle sezioni d'imposta, alle variazioni termiche, a viscosità e ritiro del calcestruzzo ed alle deformazioni delle centine. Un altro vantaggio dell'arco a due cerniere deriva dal fatto che la spinta risulta di solito, a parità di fattori geometrici e di condizioni di carico, minore di quella cui sono soggette le imposte dell'arco incastrato e di quello a tre cerniere.

Le componenti verticali delle reazioni di imposta sono le stesse che si avrebbero nella trave appoggiata di luce pari alla corda dell'arco e soggetta agli stessi carichi. Invece, la componente orizzontale H_{2C} di tali reazioni, cioè la spinta, è staticamente indeterminata e può essere determinata sostituendo una cerniera con un appoggio scorrevole e rispettando la congruenza del vincolo soppresso. Pertanto, considerando i vincoli rigidi, la spinta deve essere tale da risultare pari a quella forza che fa accorciare la corda dell'arco di quanto la fanno allungare i carichi, nell'ipotesi di estremo reso libero di scorrere orizzontalmente.

Si consideri l'arco a due cerniere uniformemente caricato di figura 1.14 e sia M_c il momento flettente in corrispondenza della sezione di chiave. Dall'equilibrio alla rotazione proprio attorno a questa sezione si ricava:

$$H_{2c} \cdot f - q \frac{L^2}{4} + q \frac{L^2}{8} + M_C = 0 \quad (1.11)$$

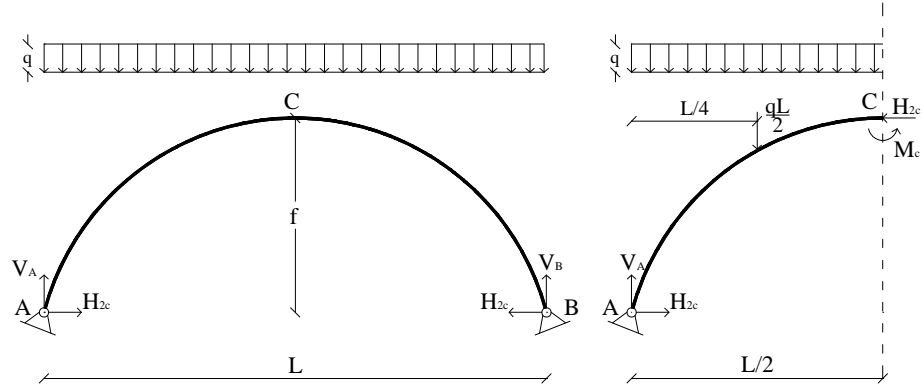


Figura 1.14.- Arco a due cerniere soggetto ad un carico uniformemente distribuito

Quest'ultima relazione può essere riscritta con semplici passaggi nella seguente forma:

$$H_{2c} = \frac{qL^2}{8f} \left(1 - \frac{M_C}{qL^2/8} \right) = H_{3c} \left(1 - \frac{M_C}{M_t^*} \right) \quad (1.12)$$

nella quale $H_{3c} = qL^2/8f$ rappresenta la spinta dell'arco supposto isostatico con l'inserimento di una cerniera nella sezione di chiave, cioè trasformato in un arco a tre cerniere, e $M_t^* = qL^2/8$ è il momento flettente cui è soggetta la sezione di mezzeria di una trave appoggiata con la stessa condizione di carico e la medesima luce dell'arco. Dalla (1.12) emerge immediatamente che il valore della spinta in un arco a due cerniere risulta inferiore a quello di un arco a tre cerniere con condizioni geometriche e di carico uguali, anche se generalmente tale differenza non è marcata.

L'*arco incastrato* agli estremi, invece, è una struttura con tre gradi di iperstaticità, caratterizzato dal fatto che la curva delle pressioni non ha alcun passaggio obbligato. Questa circostanza lo rende particolarmente adatto a sopportare i carichi mobili. L'unico vincolo cui è soggetta la linea delle pressioni consiste nel fatto che essa deve definire rispetto all'asse dell'arco, un'area che, intesa come somma complessiva di aree positive e negative, risulti approssimativamente nulla, nell'ipotesi che i vincoli siano perfettamente rigidi. Ciò implica che poiché le sezioni d'imposta non possono ruotare, per quanto le sezioni intermedie ruotino per effetto dei momenti flettenti, tali rotazioni dovranno complessivamente compensarsi. Nei riguardi dei carichi permanenti tale condizione risulta abbastanza gravosa poiché comporta in ogni caso inversioni nel segno dei momenti flettenti. Tuttavia, per carichi mobili e dinamici, l'arco incastrato mostra, grazie alla sua minore deformabilità, un comportamento migliore rispetto agli archi a due e tre cerniere. D'altro canto proprio questa sua maggiore rigidità lo rende più soggetto agli effetti di deformazioni imposte, come quelle dovute a variazioni termiche, ai fenomeni lenti o in generale a cedimenti vincolari.

Il valore della componente orizzontale delle reazioni è di solito maggiore di quello di un arco a due cerniere con la stessa geometria e gli stessi carichi applicati. In figura 1.15 è riportato lo schema di un arco incastrato soggetto ad un carico uniformemente distribuito per il quale la spinta può essere derivata dalla scrittura dell'equilibrio alla rotazione rispetto alla sezione di chiave:

$$q \frac{L^2}{4} - q \frac{L^2}{8} + M_C - M_A - H_{in} f = 0 \quad (1.13)$$

dalla quale, esplicitando H_{in} , si ottiene:

$$H_{in} = \frac{qL^2}{8f} \left(1 - \frac{M_C - M_A}{qL^2 / 8} \right) = H_{3c} \left(1 - \frac{M_C - M_A}{M_t^*} \right) \quad (1.14)$$

I momenti M_A e M_C sono staticamente indeterminati, e per la loro valutazione è necessario condurre un calcolo elastico considerando le deformazioni subite dall'arco.

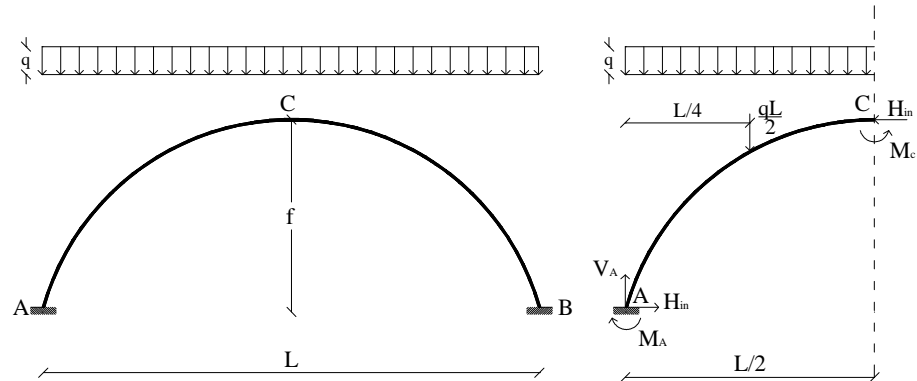


Figura 1.15.- Arco incastrato soggetto ad un carico uniformemente distribuito

Anche se le prestazioni meccaniche dei materiali consentono le più varie configurazioni, il profilo più idoneo per un arco è strettamente dipendente dal comportamento statico che presenta in ciascuna condizione di vincolo.

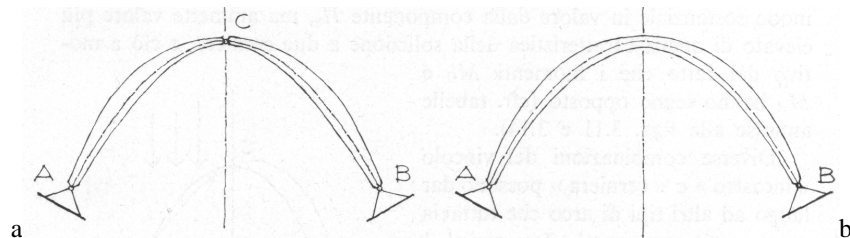


Figura 1.16.- Variazione della sezione dell'arco. a) A tre cerniere. b) A due cerniere.

Pertanto, relativamente alle tre configurazioni appena esposte, si ha che l'arco a tre cerniere richiede un ingrossamento in corrispondenza delle reni ed un assottigliamento alle imposte ed alla cerniera in chiave (fig. 1.16 a); l'arco a

due cerniere si presta ad una variazione di sezione trasversale retta con assottigliamento in chiave (fig. 1.16 b)

Per quanto detto finora, il comportamento statico di un arco è caratterizzato dal predominio dello sforzo normale di compressione rispetto alle sollecitazioni di taglio e flessione, tipiche della trave in cui, invece, la compressione assiale non appare se non sotto particolari condizioni di carico. Inoltre, si è appurato che i parametri che marcano la differenza tra queste due figure strutturali sono le condizioni vincolari, che nell'arco devono permettere la nascita di una reazione orizzontale, e la geometria: la spinta, infatti, attraverso l'eccentricità della curva d'asse dell'arco, compensa il momento flettente che l'arco dovrebbe assorbire se il suo funzionamento fosse quello di una trave semplicemente appoggiata.

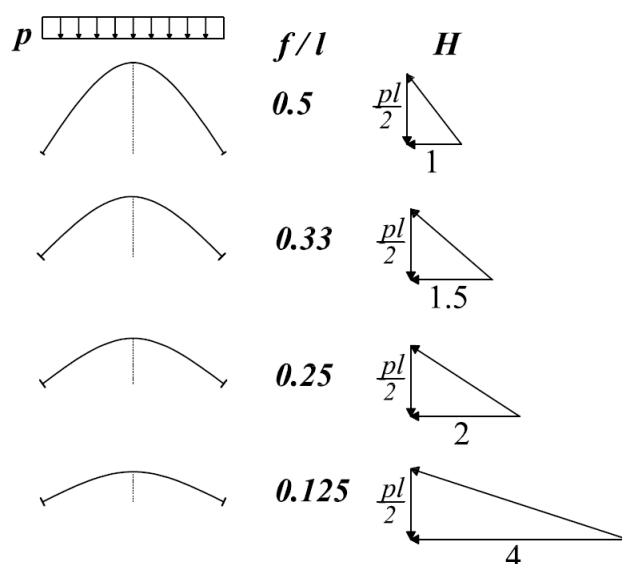


Figura 1.17.- Passaggio dall'arco alla trave

Risulta allora interessante come varia la spinta al decrescere della freccia dell'arco. Intuitivamente si potrebbe affermare che il valore della componente orizzontale della reazione aumenta al diminuire della freccia di un arco. Ciò

porterebbe però alla conclusione che per freccia nulla, la spinta assumerebbe al limite valore infinito. Tale circostanza, tuttavia, non è ammissibile, in quanto è noto che in una trave, considerata come caso limite di un arco con freccia nulla, il valore della reazione orizzontale è pari a zero. Ciò che accade in realtà è che, in un primo momento, una riduzione della freccia dell'arco corrisponde effettivamente ad un aumento del valore della spinta; raggiunto un determinato valore del rapporto freccia/luce, però, la spinta assume il suo valore massimo. A partire da questa configurazione, per ulteriori riduzioni della quota della sezione di chiave, il valore della reazione orizzontale si riduce bruscamente fino a raggiungere valore nullo. Tale legge di variazione si giustifica considerando il fatto che le due figure strutturali hanno, come detto, un differente regime di sollecitazioni, e che nell'arco è proprio la spinta che permette di contrastare le sollecitazioni di flessione e taglio, poiché genera sezione per sezione momenti di segno opposto a quelli dati dal carico. Sostanzialmente, diminuendo il valore della freccia, si raggiunge un rapporto freccia – luce per il quale la flessione prevale. Tale fenomeno si giustifica se si pensa al fatto che nell'arco è proprio la spinta che permette di contrastare le sollecitazioni di flessione e taglio, poiché genera sezione per sezione momenti di segno opposto a quelli dati dal carico.

In figura 1.18 è riportato un grafico che riporta l'andamento del valore della spinta orizzontale al variare del rapporto freccia/luce per due archi parabolici incastrati alle estremità, di uguale luce e sottoposti all'azione di un carico concentrato agente nella sezione di chiave. La curva contrassegnata con il numero 1 è relativa ad un arco dotato di elevata rigidezza flessionale e mentre la curva 2 descrive l'andamento della spinta in un arco deformabile, adatto cioè a resistere a sollecitazioni di compressione ma non di taglio e flessione. Nella relazione monomia che fornisce il valore approssimato della reazione orizzontale per un arco nelle condizioni geometriche, di vincolo e di carico descritte, il valore della freccia è presente a denominatore, lasciando intendere che quanto più è ribassato un arco tanto maggiore è la spinta e che, al limite, quest'ultima tende all'infinito quando il valore di f si approssima a

zero. In realtà come detto la legge di variazione della spinta è differente: le curve relative ad entrambi gli archi presentano un tratto comune che mostra come per valori di f compresi tra $1/2$ e $1/5$ della luce la spinta non vari molto; inoltre, emerge che in questo campo di variazione del rapporto f/L , l'andamento della spinta è poco influenzato dalle caratteristiche di rigidezza della sezione dell'arco. Viceversa per archi maggiormente ribassati il materiale e l'inerzia della sezione giocano un ruolo differente nei due casi.

Infatti l'arco 1, più idoneo a resistere alle sollecitazioni di flessione, si presta meglio a trasformarsi in trave e, pertanto, aumenta la propria spinta in misura molto minore rispetto all'arco 2. Inoltre, come mostrano le curve di figura 1.18, i due archi raggiungono il massimo valore della spinta per differenti rapporti di ribassamento: per l'arco 1 la curva raggiunge il picco per $f/L \approx 1/20$ mentre, per la curva 2, il massimo si ha per valori del rapporto freccia luce prossimi ad $1/50$.

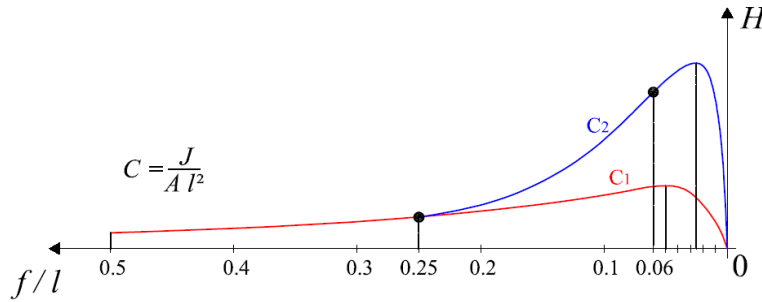


Figura 1.18.- Variazione della spinta con il rapporto freccia/luce.

Tale comportamento, che come detto non può essere colto dalla relazione monomia semplificata, è, invece, esprimibile attraverso la relazione esatta per la determinazione della spinta

$$H = \frac{\int_a^b \frac{M_0 y_0}{I} ds}{\int_a^b y_0^2 \frac{ds}{I} + \int_a^b \frac{ds}{A}} \quad (1.15)$$

La (1.15) è scritta assumendo l'origine delle coordinate nel punto G, baricentro elastico dell'arco, e definendo la generica sezione S tramite le sue coordinate (y_0, z_0) ; il momento flettente M_0 è quello prodotto nella sezione generica dai soli carichi agenti sulla struttura principale isostatica (fig. 1.19 b). Il baricentro elastico dell'arco simmetrico si trova ad una distanza dalla sezione di chiave pari a

$$y_0 = \frac{\int_a^b \frac{y}{EI} ds}{\int_a^b \frac{ds}{EI}} \quad (1.16)$$

in cui y è la distanza verticale tra il baricentro della sezione di chiave e la generica sezione.

Le relazioni approssimate di tipo monomio per la valutazione della spinta sono dunque valide per i campi consueti di variazione del rapporto freccia/luce ma cadono in difetto per archi molto ribassati.

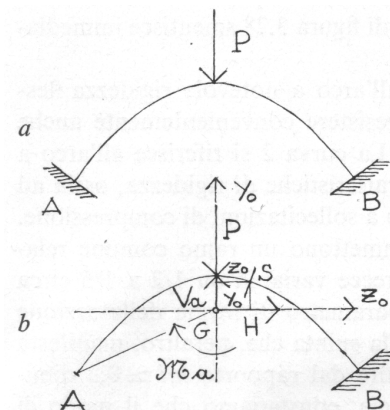


Figura 1.19.- Valutazione corretta della spinta in un arco incastrato

2.2. Teoria del primo ordine

Per il calcolo dello stato di sollecitazione e di deformazione degli archi è necessario innanzitutto approfondire i principi basati sulla teoria del primo ordine. È opportuno precisare fin da ora, però, che tale teoria può risultare inadeguata in alcuni casi, come ad esempio quello degli archi molto ribassati (Petrangeli, 1996).

Per prima cosa è utile ricordare alcune definizioni fondamentali per il prosieguo della trattazione. Si definisca, allora, la linea d'asse di un arco come il luogo dei baricentri delle sue sezioni trasversali, mentre si indichi come curva delle pressioni quella linea la cui tangente in ciascun punto coincide con la retta d'azione della risultante di tutte le forze, comprese le reazioni vincolari, che precedono il punto. È immediato verificare che la curva delle pressioni sarà poligonale nel caso di carichi concentrati mentre sarà curvilinea per carichi distribuiti. Dalla definizione della linea delle pressioni, inoltre, si evince che il momento calcolato rispetto ad un suo punto di tutte le forze che lo precedono è nullo. Proprio questa ultima proprietà ne permette la costruzione in modo relativamente semplice. Infatti, supponendo nota la spinta H e ipotizzando la presenza di soli carichi verticali, risulta:

$$H_A = H_B = H \quad (1.17 \text{ a})$$

$$y_p = \frac{M_y}{H} = \frac{M_t}{H} \quad (1.17 \text{ b})$$

in cui M_y è il momento di tutte le forze verticali che precedono la sezione in esame, compresa la reazione vincolare, che coincide con quello M_t di una trave appoggiata di ugual luce L dell'arco e soggetta agli stessi carichi.

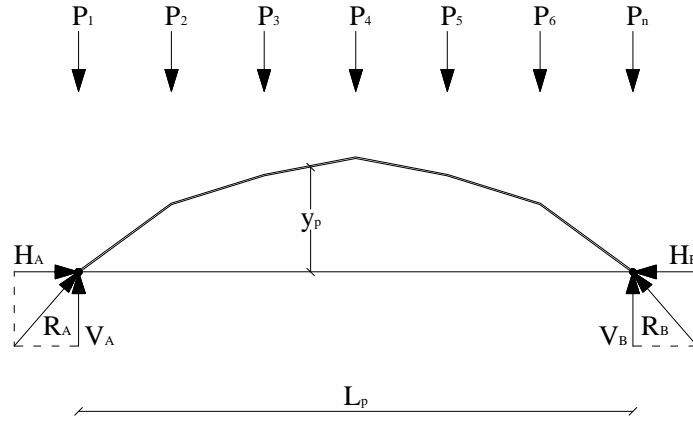


Figura 1.20.- Curva delle pressioni di un arco

Con riferimento alla figura 1.21, note la linea d'asse dell'arco e la linea delle pressioni relativa ad un dato sistema di forze, le sollecitazioni nella generica sezione S di ascissa curvilinea s sono espresse dalle seguenti relazioni:

$$\begin{cases} N_s = -R_s \cos(\varphi_p - \varphi_s) \\ T_s = R_s \sin(\varphi_p - \varphi_s) \\ M_s = H(y_p - y_s) \end{cases} \quad (1.18)$$

dove φ_p e φ_s sono gli angoli formati rispettivamente dalla curva delle pressioni e dalla linea d'asse con l'orizzontale mentre R_s è la risultante delle forze che precedono la sezione S . Nel caso in cui la differenza tra gli angoli φ_p e φ_s è piccola, cioè se le due curve non si scostano molto l'una dall'altra, le (1.18) si semplificano diventando:

$$\begin{cases} N_s \simeq -R_s = -H / \cos \varphi \\ T_s \simeq 0 \\ M_s = H(y_p - y_s) \end{cases} \quad (1.19)$$

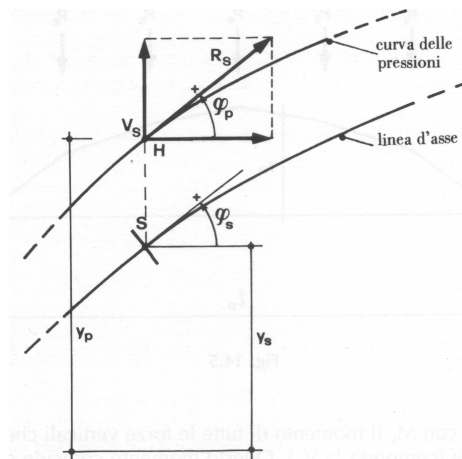


Figura 1.21.- Calcolo delle sollecitazioni nella sezione generica di un arco

Nel caso estremo di coincidenza perfetta tra le due linee sia il momento flettente che lo sforzo di taglio sono nulli, ottenendo che tutte le sezioni sono sollecitate soltanto dallo sforzo normale di compressione espresso dalla prima delle (1.19). La condizione di arco funicolare, che è ovviamente la più favorevole, può essere raggiunta però esclusivamente nell'arco a tre cerniere che è isostatico, mentre gli archi iperstatici sono sempre soggetti a momenti flettenti per effetto della caduta di spinta. Inoltre, poiché ciascun sistema di forze genera una propria linea delle pressioni, tale condizione è necessariamente relativa ad una precisa configurazione di carico che in generale risulta conveniente porre coincidente con quella dovuta ai carichi permanenti.

La coincidenza tra la linea d'asse e la funicolare dei carichi permanenti si raggiunge per iterazioni successive, poiché al variare della linea d'asse varia il peso proprio della struttura:

- si fissa un'equazione di tentativo per la linea d'asse scegliendo l'origine in chiave, del tipo $y = a x^2 + b x^3 + \dots$;
- si fa l'analisi dei carichi e si definisce la distribuzione dei carichi permanenti che corrisponde alla linea d'asse prescelta;

- si calcolano le reazioni vincolari e quindi le ordinate della curva delle pressioni;
- si sceglie una nuova linea d'asse coincidente col poligono funicolare e si ripetono tutte le operazioni descritte finché non si ritrovi la stessa linea funicolare dell'iterazione precedente.

La determinazione delle reazioni vincolari, nelle componenti verticali ed orizzontali, dipende, oltre che dal carico, dalla tipologia di arco.

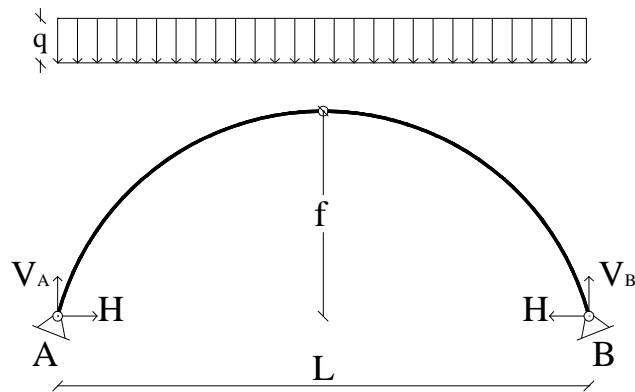


Figura 1.22.- Reazioni vincolari in un arco a tre cerniere

Per un arco a tre cerniere come quello di figura 1.22 trattandosi di una struttura isostatica, è sufficiente fare l'equilibrio dei momenti rispetto ad un estremo per ottenere le reazioni verticali che risultano uguali a quelle di una trave appoggiata di luce L soggetta agli stessi carichi. La spinta, invece, si può ottenere imponendo che sia nullo il momento di tutte le forze agenti su metà struttura rispetto alla cerniera in chiave. Risulta, pertanto:

$$H = \frac{M_t^*}{f} = \frac{qL^2}{8f} \quad (1.20)$$

Per quanto riguarda il carico variabile, analizzando le linee di influenza, è possibile verificare che la condizione più gravosa in termini di momenti flettenti è quella che si ottiene disponendo il carico su una delle due metà dell'arco.

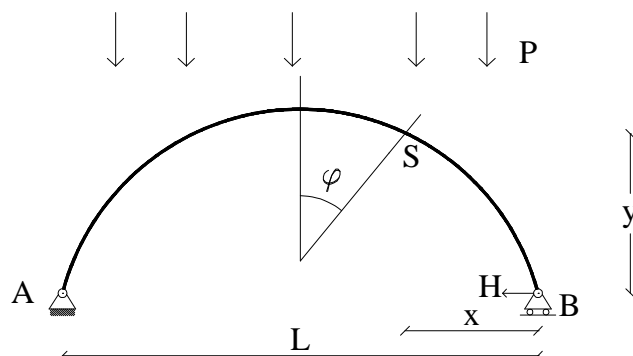


Figura 1.23.- Calcolo della spinta in un arco a due cerniere

Per un arco a due cerniere la componente orizzontale delle reazioni si deve calcolare attraverso un calcolo elastico poiché la struttura è una volta iperstatica; le componenti verticali, invece, risultano una volta uguali a quelle di una trave appoggiata di pari luce, come per l'arco a tre cerniere.

La determinazione della spinta, allora, si può condurre studiando un sistema isostatico principale, imponendo il rispetto della congruenza nei vincoli. Si consideri come sistema principale la trave curva di figura 1.23, ottenuto a partire da un arco a due cerniere sostituendo la cerniera in B con un appoggio scorrevole ed inserendo la reazione H come incognita iperstatica. Valutando lo spostamento u_0 in B dovuto ai carichi esterni e quello u_1 provocato da una forza unitaria applicata nello stesso verso di H , il rispetto delle condizioni di vincolo in B è garantito dalla seguente equazione di congruenza:

$$H u_1 = -u_0 \quad (1.21)$$

A differenza del caso isostatico, nel calcolo della spinta di un arco a due cerniere entrano in gioco sia la deformabilità flessionale proporzionale a $1/EI$ che quella assiale proporzionale alla quantità $1/EA$, con A e I aree e momenti d'inerzia delle sezioni dell'arco ed E modulo elastico del materiale. Tutto ciò nell'ipotesi che sia trascurabile la deformabilità dell'arco per taglio. Una volta noto il valore della spinta, è immediato calcolare il momento flettente in una generica sezione dell'arco:

$$M = M_t - H y \quad (1.22)$$

dove con M_t si indicano i momenti dovuti ai carichi esterni applicati sulla struttura principale, cioè sulla trave appoggiata equivalente.

Per l'arco incastrato si può utilizzare una procedura analoga a quella seguita per l'arco a due cerniere, dovendo questa volta determinare tre incognite iperstatiche. L'equazione (1.21) deve allora essere sostituita da un sistema di tre equazioni in cui compaiono gli spostamenti per forza unitaria, verticale, orizzontale e rotazione, e quelli dovuti ai carichi valutati nello schema principale isostatico. Posizionando il sistema di riferimento con origine coincidente con il baricentro dei pesi elastici della struttura (figura 1.24), definiti come

$$dw = ds / EI \quad (1.23)$$

ciascuna equazione del sistema risulta indipendente dalle altre il che significa che ogni forza incognita provoca solo lo spostamento corrispondente.

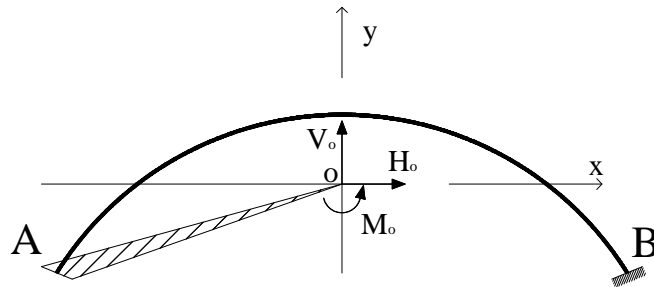


Figura 1.24.- Calcolo delle sollecitazioni in un arco incastrato

Pertanto, è possibile scrivere tre equazioni disaccoppiate analoghe alla (1.21):

$$\begin{cases} H_0 u_1 = -u_0 \\ V_0 v_1 = -v_0 \\ M_0 \theta_1 = -\theta_0 \end{cases} \quad (1.24)$$

in cui

$$\begin{aligned} u_1 &= \int y^2 dw + \int \cos^2 \varphi \frac{ds}{EA} \\ v_1 &= \int x^2 dw + \int \sin^2 \varphi \frac{ds}{EA} \\ \theta_1 &= \int dw \end{aligned} \quad (1.25)$$

Una volta determinate le forze iperstatiche riferite al centro elastico tramite le (1.24) si possono facilmente calcolare le caratteristiche di sollecitazione in una qualsiasi sezione dell'arco. Nella sezione di imposta A, per esempio, risulta:

$$\begin{cases} H_A = H_0 \\ V_A = V_0 \\ M_A = -M_0 - H_0 y_A + V_0 x_A \end{cases} \quad (1.26)$$

2.3. La caduta di spinta

Si consideri un arco funicolare a tre cerniere che come è noto ha uno stato di sollecitazione caratterizzato soltanto da uno sforzo normale pari a $N = -H / \cos \varphi$. Lo stato deformativo coinciderà, pertanto in un accorciamento della linea d'asse e negli spostamenti che ne derivano. Trascurando la deformazione assiale, cioè considerando $\varepsilon = N / EA \approx 0$, non si otterrebbero spostamenti (Raithel, 1970).

Si supponga ora di rendere iperstatico l'arco, bloccando la rotazione di una o più cerniere e si associ ad esso, come struttura isostatica principale, l'arco a tre cerniere. È noto che le incongruenze nei vincoli effettivi dovute alla

deformazione della struttura devono essere compensate dalle reazioni iperstatiche. I momenti agli incastri devono, infatti, annullare le rotazioni alle estremità. Tuttavia, poiché tali rotazioni nell'ipotesi di indeformabilità assiale sono nulle, risultano nulle anche le forze iperstatiche. Da ciò deriva che il regime di sforzi in un arco funicolare isostatico si mantiene tale anche rendendo la struttura iperstatica (cioè nell'arco a due cerniere o incastrato) quando esso è rigido assialmente.

Nella quasi totalità dei casi però, la deformabilità assiale non può essere trascurata. Tale circostanza genera in un arco iperstatico, rispetto all'arco a tre cerniere corrispondente, una variazione della spinta che è, quindi, dovuta all'accorciamento elastico della struttura provocato dallo sforzo normale (figura 1.25).

La deformazione assiale di un singolo concio dell'arco di lunghezza ds è pari a:

$$d\varepsilon = N \frac{ds}{EA} = -\frac{H_{3c}}{\cos \varphi} \frac{ds}{EA} \quad (1.27)$$

in cui H_{3c} è la spinta che si avrebbe se l'arco fosse a tre cerniere. La deformazione complessiva della struttura si ottiene allora, integrando la (1.27) per tutto lo sviluppo dell'arco

$$\Delta l = -H_{3c} \int_{arco} \frac{ds}{EA} \quad (1.28)$$

Per il rispetto dei vincoli deve allora nascere una forza ΔH che si opponga alla deformazione Δl . Ne consegue che la variazione di spinta è espressa tramite la relazione:

$$\Delta H = -H_{3c} \frac{\int_{arco} \frac{ds}{EA}}{u_1} \quad (1.29)$$

e che per accorciamento della linea d'asse dell'arco, essa risulta una riduzione rispetto alla spinta del corrispondente arco funicolare rigido.

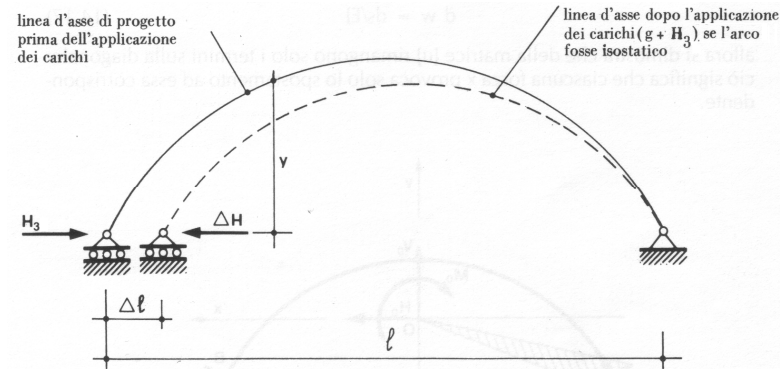


Figura 1.25.- Caduta di spinta

La forza ΔH , di segno opposto rispetto alla reazione orizzontale H_{3c} , è la cosiddetta *caduta di spinta*. Essa riveste grande importanza poiché modifica tutto lo stato di sollecitazione di un arco iperstatico. Infatti, è necessario evidenziare che la caduta di spinta causa la nascita di momenti flettenti anche nel caso ideale in cui la sagoma dell'arco coincida perfettamente con la curva antifunicolare dei carichi permanenti. In un arco a due cerniere, i momenti che nascono sono sempre positivi, cioè tendono le fibre inferiori dell'arco ed hanno un valore dato dalla seguente relazione:

$$M_p = -\Delta H \cdot y \quad (1.30)$$

La (1.29) è valida anche per valutare la spinta di un arco incastrato, per il quale però la caduta di spinta provoca momenti positivi in chiave e negativi alle imposte.

2.4. Archi a spinta eliminata e caduta di spinta per deformabilità del tirante.

Si è più volte sottolineato come uno dei maggiori inconvenienti dell'arco è la trasmissione al terreno delle forze orizzontali che spesso hanno una notevole intensità. Per ovviare a tale problema, una soluzione spesso adottata è quella dell'arco a spinta eliminata. In tali strutture la reazione orizzontale che normalmente si avrebbe nei vincoli di estremità dell'arco, è assorbita da un elemento di collegamento tra le imposte che prende il nome di tirante o catena. Il complesso arco – tirante, allora costituisce un sistema semplicemente appoggiato in cui l'arco è l'elemento atto a reagire a gli sforzi di compressione mentre il tirante è predisposto per fronteggiare alle trazioni. Affinché il tirante abbia funzione di catena, è necessario che una delle imposte dell'arco a spinta eliminata sia libera di spostarsi orizzontalmente. Tale configurazione viene spesso impiegata nelle strutture da ponte in cui il ruolo del tirante è svolto direttamente dall'impalcato (ponti bowstring) (Fernandez Troyano, 2005; Franciosi, 1971).

Si consideri ora il caso di un arco a due cerniere a spinta eliminata (fig. 1.26). La relazione (1.21) deve essere modificata per tenere conto della rigidezza assiale del tirante, proporzionale alla sua area A_{tir} ed al modulo elastico del materiale E_{tir} . Risulta, allora:

$$H u_1 - u_0 = - \frac{H l}{E_{tir} A_{tir}} \quad (1.31)$$

La (1.31) si può anche scrivere nella forma

$$H = \frac{u_0}{u_1 + \frac{l}{E_{tir} A_{tir}}} \quad (1.32)$$

Da quest'ultima relazione emerge che all'aumentare della deformabilità del tirante, H si riduce e il comportamento della struttura tende ad avvicinarsi

sempre più a quello di una trave semplicemente appoggiata con conseguente incremento dei momenti flettenti.

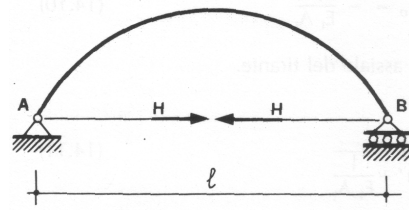


Figura 1.26.- Arco a due cerniere a spinta eliminata

Nel paragrafo precedente si è visto come, in un arco deformabile assialmente, l'accorciamento elastico faccia discostare la linea d'asse da quella delle pressioni, causando la caduta di spinta con la conseguente nascita di momenti flettenti. In un arco a spinta eliminata, affinché il tirante abbia funzione di catena, un'imposta deve essere libera di spostarsi orizzontalmente. È necessario, allora, tenere in considerazione l'ulteriore diminuzione della spinta dovuta all'allungamento elastico del tirante. Indicando con A_t e E_t l'area e il modulo elastico del tirante, con A_a e E_a le medesime quantità riferite all'arco, la caduta totale risulta:

$$\Delta H_a^{def,tir} = -\frac{H_a^{rig}}{u_1} \left(\int_{arco} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{L}{E_t A_t} \right) \quad (1.33)$$

A causa della caduta di spinta fornita dalla relazione (1.33), l'arco deformabile a spinta eliminata presenta un valore di spinta $H_a^{def,tir}$ che può differire notevolmente da quella H_a^{rig} dell'arco funicolare rigido assialmente. Di conseguenza compaiono nell'arco, anche per il solo peso proprio, momenti flettenti positivi che dipendono dalla deformabilità assiale e soprattutto da quella del tirante. Tali momenti flettenti che nascono nell'arco, presentano valori elevati già per i soli carichi fissi. Per ovviare a tale inconveniente è possibile fornire, dove possibile, una pretensione al tirante tramite una

distorsione imposta di accorciamento δ_t . Si ricava in tal caso una spinta nell'arco pari a:

$$H_a^{def,tir} = \frac{H_a^{rig} u_1 + \delta_t}{u_1 + \int_{arco} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{L}{E_t A_t}} \quad (1.34)$$

Se la distorsione viene imposta tramite una pretensione T del tirante, si ha:

$$\delta_t = T \left(u_1 + \int_{arco} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{L}{E_t A_t} \right) \quad (1.35)$$

da cui l'equazione (1.33) diventa

$$H_a^{def,tir} = \frac{H_a^{rig} u_1}{u_1 + \int_{arco} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{L}{E_t A_t}} + T \quad (1.36)$$

La relazione (1.36) esprime la spinta dell'arco con tirante in cui quest'ultimo viene preteso tramite una forza T agli estremi che equivale ad imprimere la distorsione δ_t . Da tale equazione è dunque possibile ricavare il valore di T per il quale la caduta di spinta nell'arco viene completamente annullata, cioè per il quale la spinta rimane esattamente quella dell'arco funicolare rigido H_a^{rig} . Imponendo questa condizione, si trova l'espressione che fornisce il valore di T cercato, da introdurre nella (1.35):

$$\begin{aligned} H_a^{rig} \left(\int_{arco} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{L}{E_t A_t} \right) &= T \left(u_1 + \int_{arco} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{L}{E_t A_t} \right) \\ T &= \frac{H_a^{rig} \left(\int_{arco} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{L}{E_t A_t} \right)}{\left(u_1 + \int_{arco} \frac{ds}{E_a A_a} + \frac{L}{E_t A_t} \right)} \end{aligned} \quad (1.37)$$

2.5. Non linearità nei ponti ad arco.

Nella teoria del primo ordine per l'analisi del comportamento di una struttura, le equazioni di equilibrio vengono formulate con riferimento alla configurazione indeformata della struttura e la congruenza si basa sulla teoria dei piccoli spostamenti e delle piccole deformazioni. Tuttavia, in alcuni casi analisi le ipotesi su cui si basa la teoria del primo ordine sono troppo restrittive, causando una stima imprecisa delle sollecitazioni effettivamente agenti. Risulta allora necessario effettuare un'analisi del secondo ordine nella quale l'equilibrio è formulato sulla configurazione deformata. La congruenza, invece, si basa sulla teoria dei grandi spostamenti e piccole deformazioni (spostamenti finiti e rotazioni moderate ma piccole deformazioni). Un'analisi del secondo ordine classica è quella in cui si tiene conto dell'effetto $P-\Delta$ o dell'effetto $P-\delta$.

Per effetto $P-\Delta$ si intende l'influenza dello sforzo normale sulla deformata flessionale mediante gli spostamenti associati punto per punto alla rotazione dell'asta, considerando la corda tra i punti di applicazione dello sforzo. Per effetto $P-\delta$, si intende invece l'influenza dello sforzo normale sulla deformata flessionale mediante gli spostamenti associati punto per punto alla curvatura flessionale dell'asta (fig. 1.27).

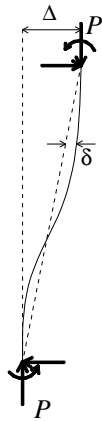


Figura 1.27.- Effetti del secondo ordine ($P-\Delta$ e $P-\delta$)

Nelle strutture da ponte non è raro che si manifestino comportamenti non – lineari. In particolare nei ponti ad arco un classico caso di regime di non – linearità geometrica è quello che si ha per effetto della snellezza dell’arco.

Nel corso dei paragrafi precedenti si è più volte sottolineato come il funzionamento di questo tipo di strutture sia principalmente governato dalla geometria dell’arco, attraverso la sua sagoma, la freccia e la luce. A questo proposito si è già vista l’importanza che riveste il rapporto di ribassamento f/l nella definizione del comportamento di un arco. Un altro rapporto geometrico molto significativo, dato il comportamento prevalentemente assiale di compressione degli archi, è quello che definisce la snellezza, data dal rapporto tra il momento d’inerzia e l’area della sezione.

Nel caso di grandi archi ribassati snelli, lo sforzo normale in chiave dovuto ai soli carichi permanenti raggiunge valori molto elevati, per cui, all’intervento dei carichi accidentali, pur avendosi spostamenti molto piccoli, nascono momenti del secondo ordine che non sono più trascurabili. Tali momenti sono dovuti al prodotto dello sforzo preesistente per gli spostamenti. Allora è evidente come l’arco si trovi nella stessa situazione di un’asta compressa soggetta ad una piccola azione laterale in cui l’azione perturbante è costituita dai carichi accidentali.

Altre strutture in cui si presenta questa problematica sono quelle di archi snelli metallici, in cui spesso l’impalcato è collegato tramite cavi (pendini) alla struttura principale. Pur essendo scongiurato in fase di progetto per queste strutture il pericolo dell’instaurarsi di fenomeni di instabilità nell’arco, le variazioni di configurazione della struttura, specie per effetto dei carichi mobili, non sono indipendenti dallo stato di sforzo ed anche in questo caso è necessario operare un’analisi non lineare per geometria. E’ il caso di numerose passerelle pedonali, in cui spesso l’arco non è posto su un piano verticale, ha sezione di ridotta inerzia e presenta i collegamenti con l’impalcato secondo configurazioni variabili nello spazio, oppure di ponti ad arco inferiore metallico con elevati carichi mobili e sezioni d’acciaio ridotte.

Un altro caso può essere quello dei ponti ad arco snelli in cemento armato soggetti ad elevati valori di sforzo normale per effetto del ribassamento. La variazioni delle deformazioni associate agli effetti della viscosità modificano la geometria della configurazione in deformata originale e possono causare l'insorgere di momenti del secondo ordine di elevata intensità con conseguenti pericoli di instabilità e perdita di forma dell'arco. In questo caso il fenomeno è associato a deformazioni di natura non elastica e variabili nel tempo.

Le analisi teoriche e sperimentali condotte su grandi archi mostrano che le curve carichi-sollecitazioni sono abbastanza prossime a delle rette ma con inclinazioni iniziali molto diverse da quelle ottenute tramite la teoria del primo ordine; tale differenza è tanto più accentuata quanto maggiore è il peso proprio dell'arco.

La figura 1.28 mostra il comportamento di un arco parabolico a due cerniere per diversi valori di peso proprio (O'Connor, 1971), attraverso il parametro ω_D che ne esprime l'intensità.

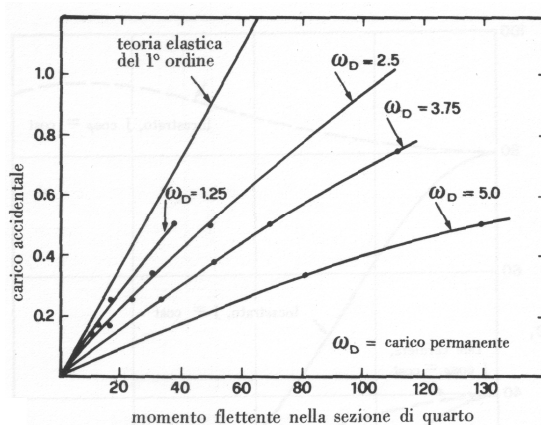


Figura 1.28.- Momenti in funzione del carico variabile per diversi livelli di carico permanente in un arco parabolico

Si può utilizzare in questo caso un processo iterativo linearizzando la teoria del secondo ordine e calcolando l'arco con la teoria del primo ordine. In questo caso si devono valutare, oltre all'effetto dei carichi variabili, i momenti

$$M = -H_g \cdot v \quad (1.38)$$

dove H_g è la spinta dovuta ai soli carichi permanenti e v l'abbassamento della generica sezione calcolato nell'iterazione precedente. Ci si arresta quando in due iterazioni successive le deformate coincidono.

3. Ponti ad arco a spinta eliminata

Dal punto di vista morfologico i ponti ad arco possono essere suddivisi in tre categorie secondo la posizione dell' impalcato:

- Ponti ad arco a via superiore.
- Ponti ad arco a via intermedia.
- Ponti ad arco a via inferiore.

Alla prima categoria appartengono la maggior parte dei ponti ad arco e tutti gli archi in muratura. Prima dell'introduzione dei timpani alleggeriti, questi ultimi presentavano spesso uno squilibrio tra i carichi agenti in chiave e quelli agenti alle reni. L'eccedenza di carico che si aveva alle reni poteva essere o contenuta con la pendenza delle rampe o compensata con un incremento del carico in chiave attraverso la costruzione di un vero e proprio edificio (Nascè, 2008) (figura 1.29a). Attualmente la connessione arco – impalcato dei ponti a via superiore è costituita nella quasi totalità dei casi da ritti (figura 1.29b).



Figura 1.29.- Ponti ad arco a via superiore: a) Ponte romano in Catalogna; b) Ponte Arrabida, Porto.

L'arco a via intermedia, invece, si ha quando l'impalcato si trova ad una quota intermedia tra l'imposta e la chiave; per non invadere la carreggiata, l'arco si sdoppia in due elementi laterali o è costituito da uno centrale mentre l'impalcato è sostenuto da tiranti nella zona centrale ed appoggiato tramite setti agli estremi (figura 1.30).



Figura 1.30.- Ponte ad arco a via intermedia.

Infine, l'ultima tipologia è quella dei ponti a via inferiore, anche detti ad arco superiore, in cui l'impalcato si mantiene all'altezza degli appoggi dell'arco. Solidarizzando arco ed impalcato, il ponte ad arco a via inferiore assume la configurazione di arco a spinta eliminata. Pertanto, la reazione orizzontale viene affidata, invece che alle fondazioni, all'impalcato che funge esso stesso da tirante. Questo sistema, la cui denominazione anglosassone è *bowstring* (o *tied – arch bridge*), è spesso utilizzato per ponti ad una o più campate in cui pile e fondazioni sono uguali a quelle di un ponte a travata.



Figura 1.31.- Ponte ad arco a spinta eliminata: Ponte Fehmarnsund in Germania.

Le reazioni trasmesse da un ponte bowstring, infatti, sono le stesse di una trave appoggiata equivalente di uguale luce e carico (figura 1.31). Questa soluzione si adotta spesso quando è necessario mantenere un certo franco al di sotto delle sottostrutture, per garantire, ad esempio, la navigabilità di un canale. Infatti, se non si possono realizzare pile intermedie, la soluzione a travata risulta sempre troppo onerosa, mentre in quella a via superiore, si può andare incontro a ribassamenti eccessivi dell'arco inferiore, con tutti i problemi già noti che ne derivano (Fernandez Troyano, 2005).

I ponti ad arco a via inferiore possono avere una ampissima varietà di configurazioni in funzione dei materiali utilizzati, della disposizione relativa tra arco ed impalcato, della geometria dei pendini di sospensione e di numerosi altri fattori (Manterola, 2000).

I primi ponti bowstring risalgono alla metà dell'800, periodo in cui ebbero grande sviluppo le grandi opere metalliche. Si tratta essenzialmente di ponti a via inferiore in cui il collegamento tra l'arco e l'impalcato era realizzato con una struttura reticolare (figura 1.32). Inoltre, in quel periodo, l'unica soluzione possibile per resistere a notevoli sforzi assiali di trazione era quella di realizzare la catena con un tirante metallico. Ancora oggi vengono realizzati in acciaio numerosi ponti ad arco con impalcato inferiore.

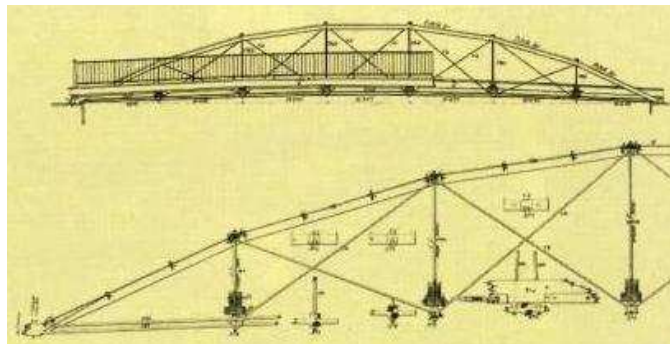


Figura 1.32.- Trave tipo bowstring brevettata da S. Whipple.

Al contrario, il cemento armato, nella realizzazione di ponti con schema bowstring, non sempre è stato impiegato con grande continuità. L'utilizzo di sezioni miste acciaio – calcestruzzo, infine, risulta essere spesso un buon compromesso sia per l'impalcato, formato da travi metalliche con soletta irrigidente, sia per l'arco in cui i profili cavi in acciaio vengono riempiti con il calcestruzzo.

La configurazione con due archi su piani paralleli (figura 1.33), situati ai bordi di un ponte a spinta eliminata, è sicuramente la più frequente sia per le strutture in acciaio che per quelle in cemento armato. Per evitare problemi di instabilità fuori dal piano si dispongono dei traversi tra i due archi. Nella zona in cui arco e impalcato si uniscono, generalmente si prevede un importante irrigidimento che permette di assorbire le forze trasversali.

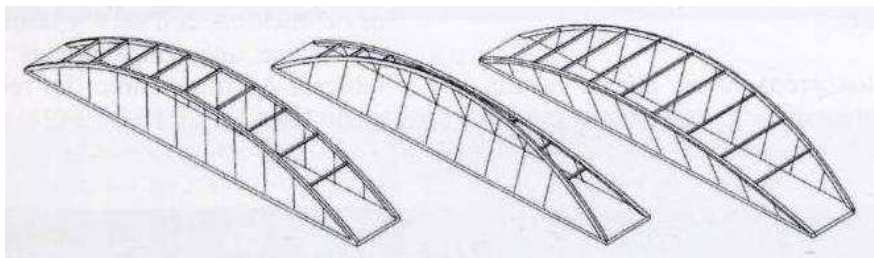


Figura 1.33.- Configurazioni degli archi nei ponti a via inferiore.

Tale disposizione viene frequentemente modificata, disponendo i due archi, sempre posti ai bordi dell'impalcato, su piani inclinati verso l'esterno o verso l'interno (figura 1.33). In questa ultima configurazione i due piani inclinati si intersecano e i due archi si fondono in un unico elemento (figura 1.34 a). In ogni caso può sempre essere necessario disporre degli elementi di collegamento trasversale, creando però un effetto estetico non sempre felice. Per tale ragione spesso si tende ad eliminare i traversi di controvento tra gli archi (figura 1.34 b); ciò impone però che la sezione dell'arco abbia una rigidità sufficiente nei confronti degli spostamenti ortogonali al piano dell'asse dell'arco stesso.



Figura 1.34.- S. Calatrava: a) Ponte Felipe II; b) Ponte James Joyce.

Un altro possibile schema è quello con un unico arco centrale disposto lungo l'asse del ponte. In questo caso per assorbire le forze trasversali e per controllare l'instabilità laterale si fa affidamento sull'inerzia dell'impalcato (figura 1.35).



Figura 1.35.- Arco unico centrale: Ponte Merida di S. Calatrava.

Una variante dello schema ad arco centrale è quella in cui l'arco si apre in due verso le imposte creando un portico per il passaggio del piano viario. Tale soluzione è stata adottata da Juan José Arenas de Pablo per due famosissimi ponti bowstring: il ponte metallico della Barqueta, a Siviglia, e il ponte del Terzo Millennio, in calcestruzzo armato precompresso (figura 1.36).



Figura 1.36.- Ponti ad arco centrale con portico: Ponte del Terzo Millennio (calcestruzzo) e Ponte Barqueta (acciaio) di J. J. Arenas de Pablo.

Il sistema di connessione tra arco ed impalcato può essere classificato in base all'elemento strutturale utilizzato ed in base alla sua disposizione geometrica. L'impalcato viene generalmente sospeso all'arco per mezzo di pendini, che sono sollecitati a trazione e, pertanto, non necessitano di rigidità. Nella maggior parte dei casi i pendini vengono realizzati con cavi. Nonostante ciò, in alcuni casi, per aumentare la rigidità complessiva della struttura, vengono utilizzati dei pendini rigidi, costituiti da barre o da piastre d'acciaio (figura 1.37). Un'altra possibilità è quella di rendere reticolare l'insieme arco – impalcato, con aste rigide ottenendo una struttura che rappresenta il confine tra l'arco e la trave.

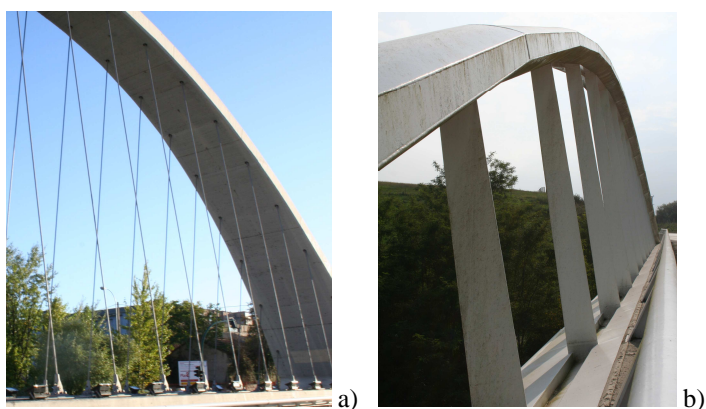


Figura 1.37.- Elementi di sospensione: a) cavi; b) piastre.

Per quanto concerne la disposizione geometrica del sistema di sospensione, la configurazione più semplice è sicuramente quella in cui i pendini sono disposti verticalmente sullo stesso piano dell'arco. Nel sistema Nielsen, che prende il nome dal suo inventore, invece, i pendini sono inclinati secondo due direzioni simmetriche rispetto alla verticale in modo da creare una sorta di reticolo, ottenuto però con dei collegamenti privi di rigidità tra il corrente superiore e quello inferiore. Ciò che ne deriva è una struttura intermedia tra l'arco e la trave (Franciosi, 1958 e 1971).

Il vantaggio principale dovuto all'inclinazione dei pendini è la riduzione dei momenti flettenti dovuti all'azione di un carico accidentale. Si consideri, ad esempio, la struttura di figura 1.38a, soggetta al peso proprio ed ad una forza concentrata. Se si rende isostatico il sistema svincolando i nodi inferiori della catena, appaiono come incognite iperstatiche le reazioni mutue che si trasmettono attraverso i nodi. Si ipotizzi, inoltre, che in corrispondenza dei montanti la catena presenti delle cerniere, per cui le componenti verticali di tali reazioni risultano assenti; in tal caso, infatti, l'elemento di trave compreso tra due cerniere successive non è atto a sopportare sforzi di taglio.

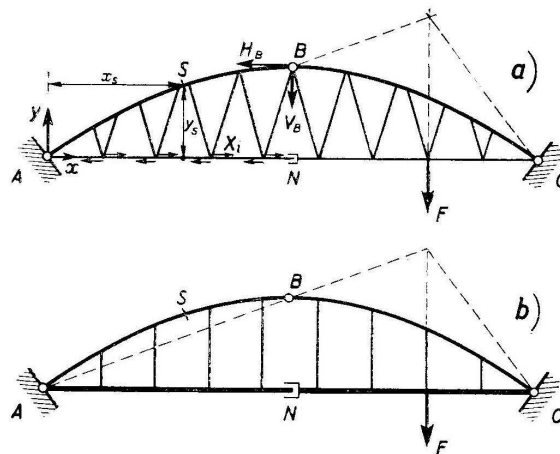


Figura 1.38.- a) Struttura Nielsen soggetta ad un carico accidentale; b) Struttura analoga a sospensione verticale

Le reazioni X_i agenti sui nodi della sospensione della semistruttura AB sono tutte dirette verso destra. In corrispondenza della generica sezione s , allora, il momento flettente è dato dalla seguente espressione:

$$M_s = -V_B(l/2 - x_s) + H_B(f - y_s) + y_s \sum_s^N X_i \quad (1.39)$$

in cui V_B e H_B sono le componenti verticale ed orizzontale della reazione in B , mentre la sommatoria delle X_i è estesa ai nodi compresi tra la verticale passante per la sezione s e la mezzeria.

Se si considera, invece, l'arco a tre cerniere di figura 1.30 b, uguale al precedente e soggetto allo stesso carico F ma con pendini verticali, il momento flettente nella sezione s risulta pari a:

$$M_s = -V_B(l/2 - x_s) + H_B(f - y_s) \quad (1.40)$$

Poiché M_s è negativo, dal confronto tra la (1.39) e la (1.40), emerge immediatamente che il momento nella struttura Nielsen è minore di quello che si avrebbe nella stessa sezione di un'analogo struttura a sospensione verticale. La riduzione del momento è dovuta alla presenza delle X_i che nascono per effetto dell'inclinazione dei pendini. Conseguenza immediata della diminuzione dei momenti è la possibilità di ridurre la sezione trasversale degli elementi strutturali. Inoltre, è bene osservare che, mentre in un arco a sospensione verticale i momenti dovuti ai carichi accidentali non sono influenzati dalla rigidezza della sezione, nell'arco a sospensione obliqua, invece, i momenti suddetti dipendono direttamente da essa. È, dunque conveniente, sia per motivi estetici che statici, realizzare archi snelli, compatibilmente con la stabilità della struttura. Un ulteriore vantaggio riguarda gli errori esecutivi nella realizzazione dell'arco, ad esempio per cedimento della centina. Infatti, mentre in un arco ordinario una differenza di quota risulta molto temibile agli effetti della flessione dovuta al peso proprio, in una struttura Nielsen, invece, le variazioni di momento flettente sono di lieve entità, come accade peraltro nelle travature reticolari.

Lo schema classico dei ponti ad arco con struttura Nielsen, riportato in figura 1.39 a, prevede che i tiranti abbiano inclinazione uguale ed opposta rispetto alla verticale. Inoltre, poiché i campi di soletta dell'impalcato sono generalmente uguali, gli assi dei pendini concorrono su una retta orizzontale passante per il baricentro della sezione di chiave. In un'altra configurazione, invece, i pendini concorrono tutti sull'asse curvilineo dell'arco (figura 1.39 b). Questa struttura si avvicina ancor più alla configurazione di una struttura reticolare, dalla quale differisce per la continuità dell'arco e della trave e per il fatto che, sotto l'azione di carichi accidentali, alcune aste possano risultare non collaboranti.

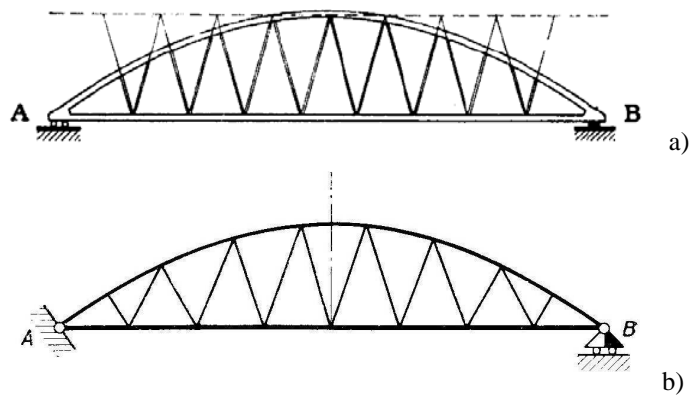


Figura 1.39.- Configurazioni di ponti con schema Nielsen: a) schema classico; b) schema reticolare

Infatti, mentre per effetto del peso proprio tutti i pendini risultano in trazione, nel caso di carichi accidentali può verificarsi che uno o più pendini non siano tesi, non potendo peraltro sopportare sforzi di compressione. L'azione di un carico concentrato, come visto, genera delle reazioni orizzontali mutue tra i nodi e l'impalcato. Ciascuna delle X_i può essere scomposta tra i due pendini che concorrono al nodo, generando in uno di essi trazione, nell'altro compressione. Se la componente S_c che agisce su quest'ultimo è inferiore allo

sforzo di trazione indotto dal peso proprio, il tirante può tranquillamente assorbirla poiché tale compressione si traduce in una riduzione dello sforzo di trazione T . L'elemento, pertanto, rimane teso. Viceversa, se il valore di S_c risulta superiore a quello di T , il pendino può assorbire solo una parte di essa e, precisamente quella pari a T . Allora, per ottenere la risposta della struttura soggetta all'azione di un carico concentrato F è possibile operare nel seguente modo. Dapprima, si considera uno schema in cui la struttura, interamente reagente, è soggetta al peso proprio e ad un carico concentrato pari a:

$$F' = F \frac{T}{S_c} \quad (1.41)$$

Successivamente, si analizza un secondo schema in cui il tirante in esame viene soppresso e su cui agisce soltanto un carico concentrato questa volta pari a:

$$F'' = F \frac{S_c - T}{S_c} \quad (1.42)$$

La risposta della struttura si ottiene dalla sovrapposizione degli effetti dei due schemi. Se gli elementi che subiscono, per effetto dei carichi accidentali, compressioni maggiori delle trazioni preesistenti, sono in numero di n , allora, occorre considerare $n+1$ schemi, eliminando ogni volta uno dei tiranti non collaboranti.

Per evitare che alcuni pendini non siano in trazione sotto l'azione di carichi accidentali, un possibile accorgimento è quello di aumentare la distanza tra i nodi in cui concorrono i pendini. Tuttavia, ciò comporta maggiori momenti flettenti, soprattutto nel tirante – impalcato, ed una maggiore vulnerabilità nei confronti dei fenomeni di instabilità.

Queste problematiche sono state superate in alcuni ponti ad arco a spinta eliminata in cui i pendini di sospensione non solo sono inclinati ma si incrociano tra di loro, anche con più di un punto di intersezione, formando un reticolo (figura 1.40).

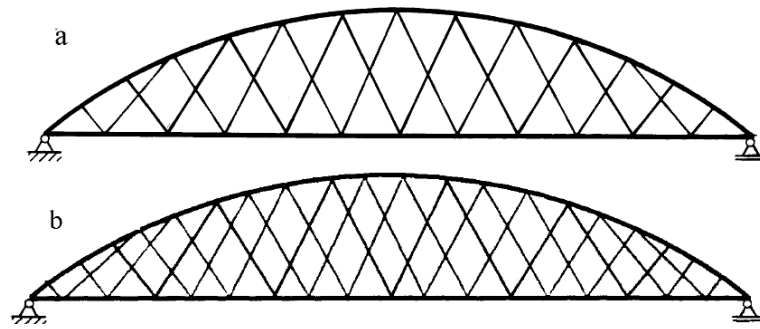


Figura 1.40.- Ponti network: a) doppio set di pendini; b) triplo set di pendini.

In pratica il sistema di sospensione costituisce una rete, motivo per cui nella denominazione anglosassone vengono definiti ponti *network* (Tveit, 2010). In ogni caso per evitare il rilassamento dei pendini, questi non devono avere un'inclinazione troppo accentuata. D'altro canto piccole inclinazioni inducono la presenza di momenti flettenti dovuti a carichi concentrati. Per queste ragioni è, dunque, necessario trovare un compromesso tra questi due fattori. In un classico arco network, la condizione più gravosa è quella con il massimo carico distribuito sull'intera luce. In tali casi nodi equidistanti lungo l'arco permettono di avere minore instabilità nell'arco e minori momenti. Inoltre, se i pendini hanno la stessa sezione, gli sforzi agenti su di essi sono pressoché uguali. Generalmente in questo tipo di ponti, può essere conveniente realizzare il tirante dell'arco in cemento armato precompresso. In questo modo il peso di questo elemento contribuisce ad evitare il rilassamento dei pendini. Inoltre, data la snellezza degli archi nei ponti network, l'impalcato deve essere necessariamente più rigido per assorbire le flessioni.

4. Metodi costruttivi dei ponti ad arco

L'arco è una struttura che resiste per forma per cui può funzionare correttamente solo nella sua configurazione finale. Una volta ultimata la sua costruzione esso è estremamente efficace, mentre quando è incompleto il suo

comportamento resistente non si può esplicitare. Per questo motivo la costruzione si presenta come il principale problema per i ponti ad arco. Infatti, qualunque sia il procedimento scelto, nelle varie fasi costruttive si avranno numerose e varie strutture parziali, con comportamenti strutturali che oltre ad essere differenti da quello finale dell'arco, differiscono una dall'altra. Tali differenze di comportamento impongono metodi costruttivi impegnativi, quasi sempre con la necessità di elementi provvisori per sostenere le strutture parziali. Tutte queste problematiche connesse alla realizzazione dell'opera comportano spesso costi molto significativi, motivo per cui altre soluzioni strutturali possono essere preferibili rispetto al ponte ad arco, soprattutto per le grandi luci (Fernandez Troyano, 2005); Manterola, 2000).

4.1. Costruzione su centina

A partire dai tempi antichi fino al giorno d'oggi, l'utilizzo della centina, la struttura ausiliaria sopra la quale si appoggiano i conci, è stata la classica soluzione per la costruzione degli archi. Per gli archi in muratura si tratta dell'unico procedimento costruttivo possibile dato che i conci non possono sostenersi l'uno con l'altro fin quando non avviene la chiusura in chiave. Si tratta di un sistema costruttivo molto semplice da applicare, tanto da essere impiegato tutt'oggi anche per diverse tipologie di ponti. Nonostante ciò per i grandi archi il costo della centina risulta essere insostenibile, arrivando ad avere un ordine di grandezza pari al costo del ponte stesso.

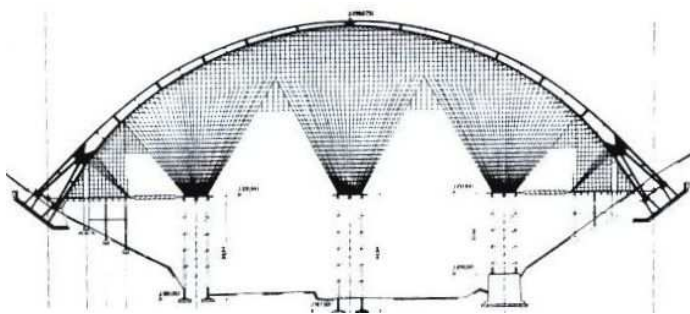


Figura 1.41.- Costruzione su centina dei grandi ponti ad arco.

Nel caso di ponti con archi multipli è possibile utilizzare la medesima centina, spostandola di volta in volta per la costruzione di ciascun arco. Ovviamente questa possibilità è limitata in quanto tutti gli archi per i quali viene utilizzata devono avere le stesse caratteristiche geometriche.

Un problema estremamente importante, che si ha quando viene utilizzata una centina, riguarda l'operazione di scasseratura. Infatti, è fondamentale che l'arco si distacchi completamente dalla struttura provvisoria perché se rimanesse parzialmente appoggiato si genererebbero sforzi di flessione maggiori di quelli che l'arco potrebbe sopportare. Un'importante svolta per la soluzione di questo problema fu data da Eugene Freyssinet che nel 1910 per il ponte di Vuerdre eseguì la scasseratura attraverso l'inserimento in chiave di alcuni martinetti. Questo sistema è stato successivamente utilizzato per tutti i grandi archi costruiti su centina, introducendo i martinetti in chiave, alla base o alle reni, in modo che con l'espansione di questi si produca una controflessione tale da far distaccare l'arco senza che in esso nascano flessioni non previste. Lo stesso Freyssinet utilizzò il medesimo procedimento anche per recuperare la forma iniziale degli archi del suo ponte che si erano abbassati per effetto delle deformazioni viscosi nel calcestruzzo.

Per i ponti ad arco a via superiore, la centina viene appoggiata direttamente al suolo quando la differenza di quota tra la chiave dell'arco e il terreno sottostante non è eccessiva. Si può realizzare una struttura continua, o con delle pile provvisorie di appoggio nel caso in cui non sia possibile interrompere il percorso sottostante. Se, invece, per le condizioni naturali del sito, come nel caso di vallate profonde, non è possibile realizzare le fondazioni della centina al di sotto dello sviluppo dell'arco, la centina può essere appoggiata in corrispondenza delle imposte. Una volta che l'arco è ultimato, la centina può essere rimossa e su di esso vengono realizzati i ritzi che devono sostenere il piano viario. L'impalcato è, quindi, l'ultimo elemento strutturale ad essere realizzato. Per la sua costruzione sono generalmente utilizzati gli stessi metodi che vengono impiegati per i ponti a travata, come la costruzione per sbalzi successivi o quella per spinte successive. In alcuni casi nella zona di

chiave, non vi è separazione tra le sezioni dell'arco e dell'impalcato che formano pertanto un unico elemento continuo.

Nei ponti ad arco a via inferiore o intermedia, invece, la costruzione con l'ausilio della centina è molto differente. Per prima cosa viene realizzato l'impalcato, utilizzando delle pile provvisorie intermedie. La centina per la realizzazione dell'arco viene appoggiata sull'impalcato che poggia sempre su queste pile provvisorie. Dopo la chiusura in chiave dell'arco vengono messi in opera i pendini di sospensione dell'impalcato e la centina viene rimossa. A questo punto l'ultima operazione consiste nella dismissione degli appoggi temporanei intermedi che sostenevano l'impalcato. In queste fasi devono essere controllati con particolare attenzione gli sforzi nei pendini. In alcuni casi, infatti, le deformazioni che si hanno nell'impalcato a seguito della dismissione degli appoggi temporanei possono determinare la messa in trazione dei pendini. Nell'eventualità in cui alcuni elementi di sospensione risultassero in trazione, questi dovrebbero essere preventivamente tesati. Tutte queste situazioni devono sempre essere previste in fase progettuale con l'analisi, attraverso un modello evolutivo, di tutti gli schemi delle differenti strutture parziali che si hanno durante la costruzione. Inoltre, è assolutamente necessario monitorare con continui rilievi tutte le fasi del processo costruttivo, comparando i dati ottenuti con quelli derivanti dalle analisi di progetto.

Una notevole evoluzione della classica centina appoggiata è la centina autoportante inventata da Joseph Melan per la costruzione degli archi in calcestruzzo. In questo procedimento costruttivo viene realizzato un arco metallico che funge inizialmente da struttura provvisoria per reggere il calcestruzzo fresco ed in una seconda fase da armatura per l'arco definitivo. In sostanza si realizza un arco leggero che costituisce una centina a perdere, che fa da armatura e che consente di evitare l'utilizzo di una centina classica. La struttura metallica, tuttavia, richiede una quantità di acciaio di gran lunga superiore rispetto a quella necessaria per consentire all'arco in calcestruzzo armato di resistere alle sollecitazioni di flessione. Per ridurre al massimo la quantità utilizzata per la centina autoportante, in alcune occasioni i getti di

calcestruzzo degli archi sono stati realizzati in diverse fasi, in modo che i getti precedenti collaborassero con l'armatura per sostenere quelli successivi. Nonostante ciò il procedimento costruttivo con centina autoportante risulta anch'esso molto costoso e viene raramente utilizzato.

Simile alla costruzione con centine autoportanti è la modalità costruttiva che consiste nel realizzare l'arco con un profilo metallico cavo all'interno del quale viene gettato il calcestruzzo.

4.2. Costruzione per sbalzi successivi

Questa metodologia costruttiva fu introdotta, verso la fine del XIX secolo, da James Ead per la costruzione del ponte di St. Louis sul Mississippi e ben presto divenne il principale metodo per la realizzazione della maggior parte dei grandi archi metallici ed, in seguito, per quelli in calcestruzzo. Ancora oggi è probabilmente l'unico valido procedimento per i ponti di grande luce non solo ad arco ma anche per quelli a travata e strallati.

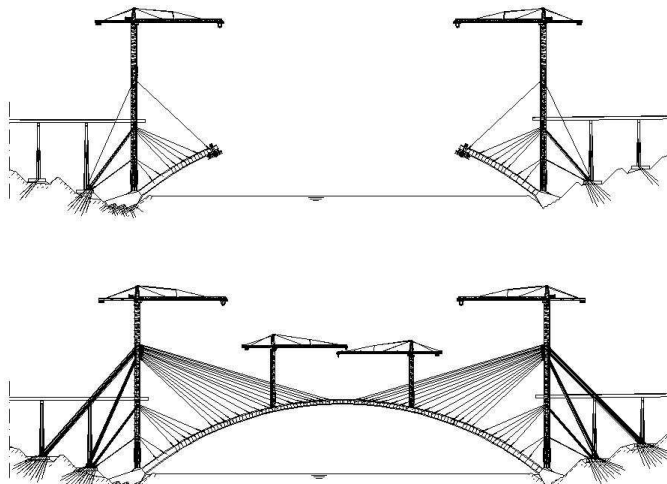


Figura 1.42.- Costruzione per sbalzi successivi con tiranti provvisori.

Si tratta di un processo costruttivo che consiste nella realizzazione per sbalzi successivi dei due semiarchi simmetrici, per mezzo di un carro di avanzamento o con conci prefabbricati, fino alla chiusura in chiave dell'arco. Nella maggior parte dei casi però, le strutture parziali a sbalzo non sono in grado di resistere alle sollecitazioni che nascono in queste fasi, per cui risulta necessario sostenerle con dei tiranti provvisori. Solo in pochi casi, come ad esempio in alcuni grandi archi reticolari, non è necessario l'ausilio dei tiranti. Il vantaggio fondamentale di questo sistema costruttivo è che permette di evitare l'impiego di costosissime centine.

La costruzione per sbalzi successivi sostenuti da tiranti avviene generalmente secondo due possibili sistemi: il primo, utilizzato quando la struttura è ad arcate multiple, prevede l'avanzamento a partire da una pila centrale con due sbalzi simmetrici che si compensano mutuamente; nel secondo, invece, si ha uno sbalzo unico asimmetrico e i tiranti posteriori vengono ancorati al suolo. È di fondamentale importanza assicurare il corretto ancoraggio dei tiranti provvisori poiché la stabilità e la resistenza dell'arco durante la costruzione sono strettamente legati a questa operazione. In entrambi i casi, una volta chiusi in chiave gli archi, sia i tiranti che le torri provvisorie vengono rimossi. Si può notare immediatamente come, durante la costruzione con tiranti provvisori, le strutture parziali dell'arco sono del tutto analoghe a quelle di un ponte strallato.

Procedendo con questi sistemi, le strutture parziali che si ottengono non hanno nulla in comune con la struttura finale ad arco. Ovviamente come conseguenza di ciò anche gli stati tensionale e deformativo delle sezioni sono molto differenti da quelli che si hanno a struttura ultimata. Per ottenere la configurazione geometrica desiderata e affinché le sollecitazioni finali siano quelle attese, è importante curare con molta attenzione sia il progetto che l'esecuzione del processo costruttivo.

Il metodo costruttivo per sbalzi successivi è stato applicato in alcune sue varianti. Freyssinet, ad esempio, utilizzò per la costruzione dei ponti dell'autostrada della Guaira in Venezuela (figura 1.43) un metodo misto: i

terzi laterali dell'arco furono realizzati con l'avanzamento per sbalzi successivi strallati, mentre il terzo centrale fu costruito su una centina realizzata a terra e posta sulle parti, già realizzate con i tiranti provvisori. In queste opere per la prima volta fu applicata la costruzione per sbalzi successivi ad archi in calcestruzzo.

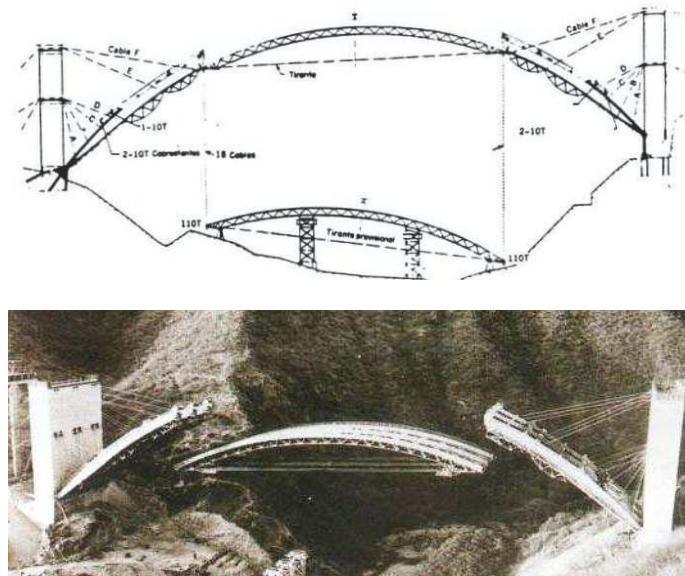


Figura 1.43.- Costruzione mista: sbalzi successivi e centina: Ponte della Guaira.

Un'altra possibile variante, utilizzata per i ponti ad arco a via superiore, è quella in cui si realizza simultaneamente la struttura formata dall'insieme arco – impalcato con sbalzi successivi. In questo caso è necessario creare una struttura reticolare formata dal semiarco, dall'impalcato e dalle pile d'appoggio alle quali si aggiungono alcune diagonali provvisorie; in questo modo la struttura ad arco si converte in una trave cantilever. Per resistere agli sforzi di trazione che nascono per flessione alle imposte, determinati dalla mensola che resta in funzione fino alla chiusura in chiave dell'arco, è necessario ancorare l'impalcato al terreno con dei tiranti provvisori.

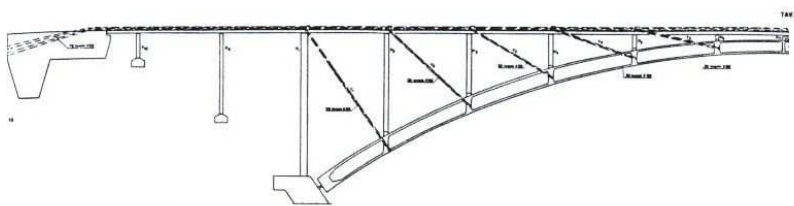


Figura 1.44. - Costruzione tipo trave cantilever.

4.3. Costruzione dell'arco per rotazione dei due semiarchi

Questo sistema prevede la costruzione dei due semiarchi ponendo in verticale le congiungenti i loro estremi e, una volta completati, la loro rotazione, attorno alle cerniere d'imposta, fino a chiudere in chiave. Per fare ciò è necessario spingere inizialmente le due metà con un martinetto orizzontale, quindi sostenerle con cavi fino a quando non raggiungono la posizione definitiva, realizzando, una cerniera provvisoria o definitiva in chiave. I primi ponti in calcestruzzo realizzati con questo procedimento, impiegato inizialmente per le centine in legno, furono realizzati da Riccardo Morandi.

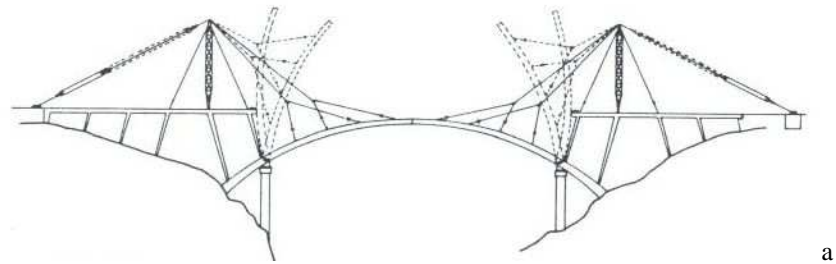


Figura 1.45. - Costruzione per rotazione dei semiarchi.

4.4. Traslazione orizzontale e verticale della struttura completa

Come visto precedentemente gli archi a spinta eliminata si comportano esternamente come una trave appoggiata alle sue estremità. Il fatto che la struttura completata eserciti soltanto reazioni verticali alle imposte, consente in alcuni casi di realizzare l'arco a via inferiore al di fuori della sua posizione finale nella quale viene trasportato una volta che è stato completato. I procedimenti utilizzati per le operazioni di traslazione sono gli stessi utilizzati per i ponti a travata che prevedono l'utilizzo di chiatte o gru.

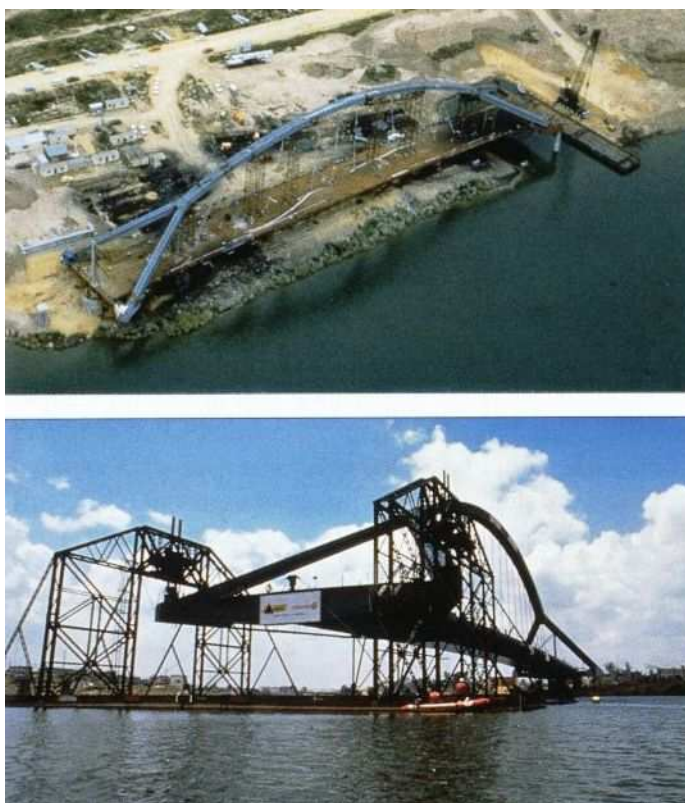


Figura 1.46. - Costruzione in riva e spostamento della struttura completata.

CAPITOLO 2.

PROBLEMATICHE CONNESSE ALLE FASI COSTRUTTIVE DEI PONTI AD ARCO SOSTENUTI DA CAVI

1. Introduzione

Nell'ambito dei ponti ad arco, i cavi possono essere impiegati come elementi strutturali permanenti o come elementi ausiliari utilizzati temporaneamente durante alcune fasi costruttive. Il primo caso riguarda generalmente i ponti a via intermedia o inferiore in cui i cavi vengono utilizzati per sospendere l'impalcato all'arco. Nel secondo caso, invece, le comuni applicazioni riguardano la costruzione degli archi con la tecnica degli sbalzi successivi strallati per la quale i tiranti vengono rimossi quando l'arco viene chiuso in chiave e si attiva il suo classico regime statico.

Le fasi costruttive dei ponti ad arco sono sempre caratterizzate da una sequenza in cui la configurazione geometrica, i vincoli della struttura e

conseguentemente i campi di tensione e deformazione delle sezioni variano molte volte prima di raggiungere il loro stato definitivo. Nel caso dei ponti ad arco sostenuti da cavi, le problematiche che devono essere prese in considerazione nelle fasi costruttive per il raggiungimento della configurazione di progetto desiderata sono strettamente legate ai materiali impiegati ed alla metodologia costruttiva prescelta. Nonostante ciò si possono individuare alcuni obiettivi generali da raggiungere a fine costruzione e nelle fasi intermedie: il corretto posizionamento geometrico degli elementi strutturali posti in opera; il diagramma dei momenti flettenti per effetto dei carichi permanenti e di costruzione che non presenti picchi che possano mettere in crisi la struttura; sforzi nei cavi strutturali al di sotto dei limiti consentiti; deformazioni contenute dovute ai carichi permanenti ed accidentali. Nei ponti ad arco sostenuti da cavi, così come accade nei ponti strallati, la possibilità di controllare il processo costruttivo attraverso la regolazione degli sforzi nei cavi è un indubbio vantaggio per ottimizzare il comportamento della struttura. Inoltre, la possibilità di imprimere delle pretensioni nei cavi consente di recuperare gli inevitabili errori di costruzione che altrimenti si accumulerebbero influenzando profondamente il comportamento con conseguenti rischi per la sicurezza strutturale. Da ciò emerge la notevole importanza che rivestono i sistemi di controllo della costruzione, soprattutto al giorno d'oggi con lo sviluppo di processi costruttivi innovativi.

Un'altra importante problematica cui è necessario prestare attenzione, riguarda i fenomeni dipendenti dal tempo nelle strutture in cemento armato, cemento armato precompresso ed in quelle miste. La viscosità ed il ritiro del calcestruzzo ed il rilassamento dell'acciaio possono causare variazioni dei campi di deformazione e di tensione durante le fasi di costruzione e di esercizio di un ponte. Ovviamente da questo punto di vista sussiste una notevolissima differenza tra strutture gettate in situ su casseforme e quelle realizzate con l'assemblaggio di elementi prefabbricati. I ponti ad arco sostenuti da cavi sono generalmente delle strutture non omogenee rispetto alla

viscosità, poiché essi presentano elementi in acciaio ed in calcestruzzo ed, inoltre, poiché gli elementi in calcestruzzo presentano differenti età di maturazione dovute alla sequenza dei getti. L'effetto principale della viscosità è la variazione della configurazione deformata della struttura nel tempo ed una possibile ridistribuzione delle tensioni dovuta alla variazione dei vincoli in costruzione. Tali modifiche del comportamento strutturale rispetto a quello previsto possono condurre in alcune sezioni critiche a stati tensionali inammissibili o a frecce eccessive.

2. Sequenza di tesatura dei cavi

La determinazione delle pretensioni da applicare nei cavi è uno dei primi importanti passi per l'analisi del comportamento sotto l'azione dei carichi esterni di un ponte ad arco sostenuto da cavi. Una corretta valutazione della sequenza di tesatura dei cavi è necessaria in quanto essa gioca un ruolo fondamentale sul comportamento del ponte sia durante la costruzione che a struttura ultimata. La regolazione dei cavi, inoltre, consente di effettuare un controllo del profilo geometrico della struttura, permettendo così di raggiungere la forma desiderata al termine della costruzione. Nel caso dei ponti ad arco costruiti con l'avanzamento per sbalzi successivi, gli elementi dell'arco sono sottoposti, prima della chiusura in chiave, a sollecitazioni alle quali non potrebbero resistere senza la presenza dei tiranti provvisori. A loro volta, le forze di trazione nei cavi possono influire direttamente sulle tensioni che si hanno sugli elementi cui essi sono connessi. Ciò ha una rilevanza particolare soprattutto per gli archi realizzati in calcestruzzo trattandosi di un materiale con ottima resistenza a compressione ma scarsa a trazione. Infatti, durante le fasi di costruzione a sbalzo, generalmente le fibre superiori delle sezioni dell'arco sono sottoposte a tensioni di trazione che devono essere mantenute all'interno di limiti accettabili per le caratteristiche del materiale. Per questi motivi il contemporaneo controllo del profilo della struttura e dello

stato tensionale dei suoi elementi e quindi lo studio della sequenza di tesatura dei cavi merita un'analisi approfondita.

2.1. Metodi per la determinazione delle forze iniziali nei cavi

Il calcolo delle forze nei tiranti in una struttura sostenuta da cavi richiede delle analisi che, dato l'elevato grado di iperstaticità della struttura, non sempre conduce ad una soluzione esatta del problema. La valutazione di tali forze nei cavi deve essere fatta imponendo una configurazione finale della struttura sotto l'azione dei carichi permanenti. Tale configurazione viene generalmente definita imponendo delle condizioni in termini di momenti flettenti o in termini di profilo geometrico. L'obiettivo è quello di ottenere nella struttura finita, un diagramma dei momenti flettenti che non ecceda determinati limiti ovvero che il profilo geometrico corrisponda a quello di progetto.

In letteratura sono noti vari metodi per stimare le tensioni nei cavi. Il metodo più semplice consiste nel considerare un segmento del ponte come una trave semplicemente appoggiata in cui i sostegni sono rappresentati dai cavi. Questo metodo può essere utilizzato nella progettazione preliminare per stimare l'area delle sezioni trasversali dei cavi. Con riferimento alla figura 2.1, la forza S_i nel cavo è data dalla seguente relazione di equilibrio:

$$S_i \cdot \sin \alpha_i = \frac{1}{2}(P_i + P_{i+1}) \quad (2.1)$$

in cui P_i è il peso del segmento i-esimo.

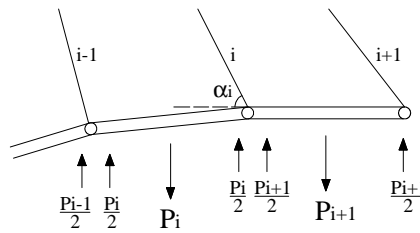


Figura 2.1.- Forza iniziale nei cavi: metodo della trave semplicemente appoggiata.

Un altro metodo, invece, consiste nell'assimilare la struttura ad una trave continua su appoggi fissi soggetta all'azione dei carichi permanenti (*dead load configuration*). In questo caso le tensioni nei cavi si determinano semplicemente come le proiezioni, nella direzione dei cavi, delle reazioni degli appoggi rigidi.

Il medesimo principio sta alla base del “metodo degli spostamenti nulli” (*zero displacement method*) in cui le forze di tesatura dei cavi vengono determinate attraverso una procedura iterativa che mira ad annullare gli spostamenti in corrispondenza dei punti di ancoraggio dei tiranti (Wang, 1991). Inizialmente viene determinato iterativamente il profilo considerando delle forze nei cavi arbitrarie. Tuttavia, sebbene la prima configurazione determinata soddisfa le condizioni di equilibrio, generalmente risulta caratterizzata da notevoli deformazioni e da elevati valori di momento flettente nella struttura a causa delle piccole pretensioni nei tiranti. Per questo motivo il profilo della struttura deve essere determinato iterativamente in modo da ridurre gli abbassamenti e contemporaneamente minimizzare i momenti flettenti. Le forze nei cavi determinate ad una iterazione vengono utilizzate come configurazione iniziale nei passi successivi. In ciascuna iterazione viene valutato, in determinati punti di controllo, il rapporto tra lo spostamento verticale e la luce. Tale rapporto viene confrontato con un fissato valore di tolleranza ed il metodo converge quando nei punti di controllo il valore del rapporto è minore di quello di tolleranza. In tale procedura è possibile tenere conto del comportamento non lineare della struttura dovuto all'effetto freccia dei cavi o ai grandi spostamenti. Il metodo mostra buoni risultati per i ponti strallati in cui il profilo geometrico è pressoché orizzontale. Nelle strutture con profilo curvo, come gli archi, le componenti orizzontali delle forze nei cavi generano ulteriori momenti flettenti. Pertanto, sebbene gli spostamenti nei punti di ancoraggio siano nulli, tali elevati valori di momento possono influire negativamente sul comportamento della struttura nelle varie fasi costruttive.

In contrasto con questa metodologia basata sul controllo degli spostamenti, il metodo dell'equilibrio (*force equilibrium method*) mira a determinare un sistema di tensioni nei cavi che permetta di raggiungere fissati valori di momento flettente in determinati punti della struttura. Tale metodo è stato proposto da Chen et al. (2000) per la determinazione delle forze nei cavi di un ponte strallato in calcestruzzo. Come spesso accade per i ponti strallati, l'obiettivo è quello di ottenere una distribuzione dei momenti equivalente a quella di una trave continua su appoggi rigidi. Considerando un modello in cui i cavi sono sostituiti dalle rispettive forze interne, queste vengono assunte come variabili indipendenti per modificare il momento flettente nelle sezioni di controllo. Determinando la matrice \mathbf{K} dei coefficienti di influenza che rappresentano il momento nelle sezioni di controllo causato da una forza unitaria applicata in un cavo, si può scrivere la seguente relazione di equilibrio:

$$\mathbf{M}^0 = \mathbf{K} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{M}^d \quad (2.2)$$

in cui \mathbf{M}^0 è il vettore dei valori di momento delle configurazioni di riferimento mentre \mathbf{M}^d è il vettore contenente i valori di momento dovuti al peso proprio ed all'eventuale precompressione. Se le sezioni di controllo sono ben individuate la matrice di influenza risulta invertibile ed è possibile una prima stima delle forze nei cavi:

$$\mathbf{T}^0 = \mathbf{K}^{-1} \cdot (\mathbf{M}^0 - \mathbf{M}^d) \quad (2.3)$$

La relazione (2.3) fornisce, quindi, le forze iniziali da applicare nei cavi per ottenere la distribuzione di momenti flettenti ricercata.

Per ottenere un risultato più preciso, la procedura può essere iterata considerando un modello di calcolo più raffinato ed applicando alla struttura le pretensioni \mathbf{T}^0 ricavate. Allora è possibile valutare un nuovo vettore \mathbf{M}^1 dei momenti di riferimento e determinare un aggiustamento $\Delta \mathbf{T}^1$ delle forze nei cavi:

$$\Delta \mathbf{T}^1 = \mathbf{K}^{-1} \cdot (\mathbf{M}^1 - \mathbf{M}^0) \quad (2.4)$$

Utilizzando i nuovi valori \mathbf{T}^1 delle pretensioni dei tiranti dati da

$$\mathbf{T}^1 = \mathbf{T}^0 + \Delta \mathbf{T}^1 \quad (2.5)$$

si può aggiornare il vettore dei momenti di riferimento e ripetere la procedura fino a quando questi valori convergono ad \mathbf{M}^0 . Nel suo studio Chen (2000) ricava le pretensioni \mathbf{T}^0 di prima approssimazione direttamente sullo schema di trave continua ed opera le successive iterazioni sullo schema completo della struttura con le effettive rigidezze degli stralli.

Oltre a questi metodi basati su ipotesi più o meno semplificate del comportamento della struttura, in letteratura sono presenti studi basati sull'ottimizzazione delle tensioni nei cavi. Queste ultime sono determinate mediante di funzioni obiettivo scelte sulla base di considerazioni di efficienza strutturale, anche dal punto di vista economico. Esistono vari criteri per la scelta della funzione obiettivo che rappresenti lo stato ideale che si vuole ottenere a struttura ultimata, sotto l'azione dei carichi permanenti. Da questo punto di vista si possono distinguere tre principali categorie per i metodi di ottimizzazione delle forze di tesatura dei cavi.

Nella prima la funzione obiettivo è espressa in termini di spostamento (Xiao et al., 2001). Lo scopo è quello di imporre spostamenti nulli, o comunque con valori molto ridotti, in determinati punti di controllo, generalmente coincidenti con i punti di ancoraggio dei tiranti.

La seconda metodologia, invece, prende in considerazione il diagramma dei momenti. L'intenzione in questo caso è quella di ottenere una distribuzione dei momenti il più possibile uniforme, evitando la presenza di picchi che potrebbero mettere in crisi la struttura. Per i ponti strallati, il cui schema statico nelle fasi costruttive presenta forti analogie con quello di un arco realizzato per sbalzi successivi con l'ausilio di tiranti, si cerca generalmente di ottenere una legge di momento equivalente a quella di una trave continua su appoggi fissi.

Infine, nella terza categoria di metodi di ottimizzazione, l'obiettivo è quello di minimizzare una funzione energetica, generalmente espressa in termini di energia di deformazione totale della struttura. I risultati di quest'ultima metodologia non sempre sono di immediato utilizzo pratico, in quanto spesso non risultano direttamente riconducibili ad una ben definita distribuzione di forze interne o ad un preciso profilo geometrico della struttura.

Scelto un opportuno numero di punti di controllo in cui imporre un preciso valore della funzione obiettivo, quest'ultima può essere discretizzata e scritta in termini vettoriali con riferimento ai punti di controllo:

$$\mathbf{Z} = [z_1 \quad z_2 \quad \dots \quad z_n]^T \quad (2.6)$$

in cui z_i è il valore della funzione obiettivo che deve essere soddisfatto nel generico punto di controllo ed n è il numero totale dei punti di controllo stessi. La configurazione ideale espressa dal vettore \mathbf{Z} , deve essere raggiunta regolando le forze nei cavi che possono essere raggruppate in un altro vettore \mathbf{T} :

$$\mathbf{T} = [t_1 \quad t_2 \quad \dots \quad t_m]^T \quad (2.7)$$

in cui m è il numero dei cavi che devono essere tesati.

Dall'analisi lineare della struttura soggetta ad una pretensione applicata a ciascuno dei cavi da tesare si può definire una matrice di influenza \mathbf{K} di dimensione $(n \times m)$, in cui termini k_{ij} rappresentano nell' i -esimo punto di controllo la risposta, espressa in termini della funzione obiettivo, ottenuta applicando una pretensione unitaria al j -esimo cavo. La relazione che lega tra di loro tali grandezze è ovviamente:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{Z} \quad (2.8)$$

Se il numero di cavi da tesare è pari al numero dei punti di controllo e le grandezze sono state scelte opportunamente, le pretensioni iniziali da applicare si possono ottenere direttamente imponendo il valore delle componenti di \mathbf{Z} e risolvendo l'equazione (2.8). Affinché il problema sia

risolvibile il numero delle pretensioni incognite m non deve risultare maggiore del numero dei punti di controllo n . Se, come accade nella maggioranza dei cavi, m è minore di n , i valori delle pretensioni iniziali dei cavi possono essere ottimizzati minimizzando l'errore tra i valori della funzione obiettivo \mathbf{Z} e lo stato ideale ipotizzato, definito con un vettore \mathbf{A} che abbia la medesima forma di \mathbf{Z} . Una delle metodologie maggiormente impiegate per l'ottimizzazione è quella di rendere minimo il quadrato dell'errore, definito come

$$\mathbf{\Omega} = (\mathbf{A} - \mathbf{Z})^T (\mathbf{A} - \mathbf{Z}) = (\mathbf{A} - \mathbf{Z})^2 \quad (2.9)$$

Affinché $\mathbf{\Omega}$ sia minimo deve risultare

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial T_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.10)$$

Sostituendo la (2.9) nella (2.10) si ottiene il sistema lineare di equazioni seguente:

$$\mathbf{K}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{K}^T \cdot \mathbf{A} \quad (2.11)$$

dal quale si ottiene immediatamente il vettore \mathbf{T} che ottimizza la funzione obiettivo scelta. Affinché il sistema abbia una soluzione unica, la matrice quadrata $(\mathbf{K}^T \mathbf{K})$ deve essere invertibile e ciò si ottiene scegliendo opportunamente la funzione obiettivo ed i punti di controllo nella struttura.

I metodi fino ad ora descritti consentono di risolvere il problema della determinazione delle tensioni nei cavi relativamente alla configurazione finale dell'arco ma non tengono in considerazione tutte le reali fasi del processo costruttivo. In realtà lo stato di sollecitazione, così come quello di deformazione della struttura completa dipendono profondamente dalla sua sequenza costruttiva. Ciò risulta particolarmente evidente per le forze di trazione nei cavi i cui valori al momento della posa in opera differiscono notevolmente da quelli valutati nella configurazione finale soggetta a tutti i carichi permanenti. Inoltre, per quanto riguarda gli archi costruiti per sbalzi successivi, per garantire il rispetto del profilo geometrico di progetto, è di

fondamentale importanza che le sezioni di estremità dei due semiarchi simmetrici si trovino nella posizione corretta per effettuare il getto di chiusura in chiave. Per i motivi appena esposti risulta evidente la necessità di effettuare un'analisi che permetta di verificare il comportamento della struttura in ciascuna fase costruttiva. Nella loro denominazione inglese le analisi strutturali evolutive che simulano tutte le fasi dell'intero procedimento costruttivo vengono definite *staged – construction analysis*. Tali analisi possono essere effettuate considerando contemporaneamente una procedura di ottimizzazione per determinare il valore di pretensione da applicare in un cavo al momento della sua posa in opera.

Per i ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi strallati, procedure per l'ottimizzazione delle tensioni nei cavi nelle varie fasi costruttive sono state applicate da alcuni autori. In particolare Li et al. (2008) hanno utilizzato tale metodologia per la determinazione delle pretensioni dei tiranti nella costruzione del ponte Baishagou in Cina, scegliendo come funzione obiettivo il quadrato del momento flettente. La stessa problematica è stata affrontata da Au et al. (2003) che hanno fissato la configurazione ideale per carichi permanenti, imponendo dei limiti per i valori delle tensioni di trazione e compressione alle fibre superiori ed inferiori nelle sezioni di estremità di un arco in calcestruzzo avente luce pari a 180 m.

Janjic e Pircher (2002), invece, hanno utilizzato lo “*unit load method*” per l'analisi e la costruzione del ponte Pitz Valley in Austria. Essi hanno posto come funzione obiettivo una distribuzione ideale di momenti flettenti nell'arco fino alla chiusura in chiave.

2.2. Analisi strutturale della sequenza costruttiva

Per i concetti fino ad ora esposti, gli obiettivi di un'analisi strutturale che simuli l'intero processo costruttivo di un ponte ad arco sostenuto da cavi possono essere così sintetizzati:

- Determinare le forze necessarie nei cavi in ciascuna fase costruttiva.

- Determinare il corretto posizionamento degli elementi che via via vengono messi in opera.
- Valutare le conseguenti deformazioni della struttura in tutto il processo costruttivo.
- Verificare che lo stato tensionale delle sezioni dell'arco, dell'impalcato e dei cavi si mantenga al di sotto dei limiti ammissibili.

Le procedure note per effettuare un'analisi di questo tipo sono fondamentalmente due, comunemente note come *forward analysis* e *backward analysis* (Danjian e Quansheng, 1999), entrambe implementabili in alcuni codici di calcolo basati sul metodo degli elementi finiti. La prima procedura viene effettuata seguendo in avanzamento (*forward*) l'esatta sequenza di tutte le fasi del processo di realizzazione del ponte. Nelle analisi agli elementi finiti, quando gli assi dell'arco e dei cavi giacciono su uno stesso piano, la struttura può essere modellata con un telaio piano, dato che in questa fase le azioni trasversali possono generalmente essere ignorate. Nei casi in cui la struttura presenta una geometria complessa può essere necessario un modello tridimensionale. La struttura dell'arco e dell'impalcato viene modellata con elementi trave (*beam element*), mentre per i cavi si utilizzano elementi a comportamento assiale di trazione (*truss element*) per i quali è possibile introdurre il modulo di Ernst per tenere conto della non linearità geometrica (*cable sag effect*) dovuta al peso proprio dei cavi ed alla mancanza di rigidità flessionale. La configurazione della struttura cambia in ciascuna fase sia per l'inserimento degli elementi che vengono posti in opera, sia per l'applicazione dei vari carichi. Le azioni che vengono applicate alla struttura sono, oltre al peso proprio, tutti i carichi di costruzione, come ad esempio il peso di eventuali gru e carri di avanzamento, ed ovviamente le pretensioni da applicare nei cavi. Nella simulazione della sequenza di realizzazione del ponte, inoltre, è necessario considerare il cambiamento di schema statico dovuto all'inserimento ed alla rimozione di vincoli provvisori che causano importanti variazioni dello stato di sollecitazione e deformazione della struttura. Uno dei principali vantaggi della procedura di tipo *forward* è che,

trattandosi di un'analisi in avanzamento, possono essere tenuti in considerazione gli effetti dei fenomeni dipendenti dal tempo. Ciò riveste una notevole importanza soprattutto per i ponti realizzati in calcestruzzo per i quali l'influenza della viscosità e del ritiro non può essere trascurata. Tali fenomeni non solo hanno una diretta influenza sulle deformazioni dell'arco e dell'impalcato, ma possono determinare variazioni delle tensioni nei cavi.

Sebbene sia possibile, attraverso un'analisi in avanzamento, prevedere gli sforzi nei cavi in ciascuna fase costruttiva, questo tipo di procedura non consente di determinare il valore di pretensione da applicare nei tiranti al momento della loro posa in opera. Questa problematica viene generalmente affrontata effettuando una *backward analysis*. Si tratta essenzialmente di una procedura in cui a partire dalla configurazione finale della struttura interamente completata, questa viene idealmente smontata seguendo esattamente la sequenza inversa (*backward*) del processo costruttivo. Un'analisi agli elementi finiti di questo tipo viene effettuata assumendo che alla fine della sequenza costruttiva venga raggiunta una configurazione ideale che può essere determinata precedentemente con uno dei metodi menzionati nel paragrafo precedente. A partire da tale stato vengono progressivamente rimossi gli elementi della struttura fino alla completa decostruzione del ponte ipotizzando che la sequenza delle operazioni sia esattamente opposta a quella che si ha nel reale procedimento costruttivo. Oltre alla rimozione degli elementi, deve essere tenuta in considerazione la presenza di vincoli temporanei e quella di eventuali carichi di costruzione che possono assumere differenti posizioni nelle varie fasi costruttive. Lo stato di deformazione e di sollecitazione della struttura nelle varie fasi di una procedura a ritroso possono essere così considerati come stati di riferimento per la costruzione del ponte. Dai risultati dell'analisi possono, infatti, essere determinati sia il posizionamento degli elementi che vengono posti in opera, sia la lunghezza e la tensione iniziale dei cavi da applicare al momento della loro installazione. In particolare la tensione che si riscontra in un cavo appena prima della sua rimozione può essere considerata come la pretensione da applicare al cavo

stesso quando viene messo in opera. Questo metodo permette di ottenere informazioni fondamentali per la definizione della sequenza costruttiva di una struttura sostenuta da cavi anche se presenta alcuni limiti. Lo svantaggio principale che si ha nell'applicare questa procedura di analisi consiste nel fatto che essa non consente di tenere in considerazione gli effetti della viscosità e del ritiro, i quali presuppongono un'analisi in avanzamento in cui venga definito il fattore tempo. Per tale ragione, quando risulta possibile, le due procedure possono essere applicate in maniera complementare e non l'una in alternativa all'altra. Generalmente in una prima fase viene effettuata un'analisi di tipo *backward* per determinare i valori iniziali delle forze nei cavi. Le forze così determinate vengono successivamente applicate in un'analisi in avanzamento che segue la reale sequenza delle fasi costruttive ed in cui vengono considerati gli effetti della viscosità.

Se si escludono gli effetti dei fenomeni dipendenti dal tempo, le due procedure di analisi dovrebbero teoricamente fornire i medesimi risultati (Grabow, 2004; Mueller-Hagen, 2005). In realtà esistono alcuni problemi che possono generare delle differenze. Una prima ragione consiste nel fatto che in un'analisi *backward* lo stato tensionale di un elemento prima di essere rimosso dovrebbe essere nullo. Ad esempio, il concio di chiave di un arco costruito per sbalzi successivi è inserito in condizioni di tensione nulla. In una procedura a ritroso, invece, la prima operazione è quella di rimuovere i carichi permanenti aggiuntivi, a seguito della quale il concio di chiave risulta sicuramente sollecitato. Per risolvere tale problematica bisognerebbe applicare un sistema di forze o di spostamenti imposti tali da minimizzare le sollecitazioni dell'elemento.

Un altro problema riguarda il posizionamento di un elemento al momento della sua posa in opera. In un'analisi in avanzamento, infatti, si deve tenere in considerazione la discontinuità che si ha tra l'estremo dell'elemento che viene inserito e quella dell'elemento messo in opera nella fase precedente (fig. 2.2).

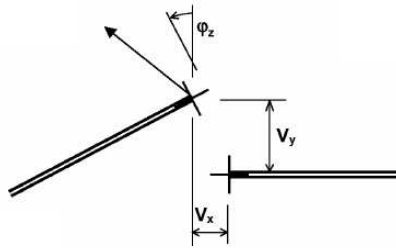


Figura 2.2.- Discontinuità tra due elementi successivi.

La posizione di quest'ultimo avrà, infatti, una certa discrepanza rispetto a quella teorica a causa delle deformazioni accumulate nel corso di tutte le fasi costruttive precedenti. A questo problema si ovvia se nel modello viene considerata la possibilità di posizionare gli elementi in direzione tangente a quella dell'asse dell'elemento precedente. Con tale accorgimento, già implementato in alcuni programmi di calcolo, si ottengono gli spostamenti e le rotazioni reali in ciascuna fase. Un'altra problematica è quella della lunghezza teorica del cavo. Nella *backward analysis* esso è deformato rispetto alla lunghezza iniziale. Nella *forward* il punto d'attacco varia e la lunghezza del cavo effettiva è da determinare. Ciò influenza molto la sua tensione (*lack of fit*).

Le metodologie fin qui viste presuppongono tutte delle analisi di tipo *staged – construction*. Anche la procedura *backward* è una sequenza evolutiva che non tiene conto dei singoli schemi elastici di ogni fase.

2.3. Problematiche costruttive dei ponti ad arco a via inferiore

Nei ponti a via inferiore l'arco viene generalmente realizzato su centina retta dall'impalcato che a sua volta poggia su dei sostegni provvisori. Quando esso viene ultimato, vengono installati i pendini che entrano in funzione per effetto del peso proprio l'impalcato quando questo si stacca dalle pile provvisorie. L'introduzione delle pretensioni nei cavi di sospensione, in alcuni casi, viene sfruttata per sollevare leggermente l'impalcato e favorire la

rimozione delle pile provvisorie. In realtà anche nei casi in cui questa operazione non risulta strettamente necessaria le pretensioni possono essere comunque applicate per assicurarsi che tutti i pendini abbiano un valore di tensione di trazione che ne consenta il corretto funzionamento.

Oltre a questo aspetto prettamente legato alla metodologia costruttiva, l'introduzione delle pretensioni nei pendini può essere sfruttata per agire sullo stato di sollecitazione dell'impalcato e dell'arco. In questo caso i valori delle pretensioni da fornire ai cavi possono essere determinate applicando il metodo dell'equilibrio, in un modo simile a quanto descritto per i tiranti degli archi costruiti per sbalzi successivi. In questo caso però bisogna considerare che i pendini sono degli elementi permanenti della struttura e che la condizione più gravosa cui essi sono sottoposti è quella generata dai carichi mobili. Il metodo dell'equilibrio, allora, può essere applicato valutando l'entità dei massimi e minimi momenti flettenti dovuti ai carichi mobili e fissandone un valore limite ammesso in determinate sezioni di controllo dell'impalcato. Ad esempio per i ponti in calcestruzzo, tale valore può essere fissato imponendo che le tensioni di trazione siano nulle o comunque al di sotto dei limiti di normativa. A questo punto, attraverso una matrice di influenza i cui coefficienti sono i valori di momento flettente nei punti di controllo per effetto di pretensioni unitarie applicate a ciascun pendino, è possibile determinare i valori delle presollecitazioni da applicare nei cavi per ottenere la distribuzione di momenti flettenti voluta. Nel caso di ponti con impalcato in c.a.p. è necessario considerare l'effetto della precompressione. Infatti, in quest'ottica l'applicazione delle pretensioni nei cavi di sospensione può avere effetti positivi sulla precompressione permettendo di ridurre il numero dei cavi necessari ed, in alcuni casi permettendo di realizzare una precompressione centrata sull'impalcato. Quest'ultima considerazione riveste una notevole importanza dato che buona parte dell'effetto flessionale dovuto all'eccentricità dei cavi viene vanificato per effetto delle cosiddette iperstatiche di precompressione (Cestelli Guidi, 19..).

È importante sottolineare che le pretensioni vengono generalmente determinate su un modello che rappresenta il ponte nella sua configurazione finale. Una volta determinate, esse vanno inserite in un modello evolutivo del processo costruttivo della struttura per verificare che l'inserimento delle pretensioni, valutate sulla base dei carichi mobili, non causi situazioni inammissibili in altre fasi della sequenza costruttiva del ponte.

Inoltre, è importante verificare che anche sull'arco i momenti flettenti si mantengano su valori minimi. Da questo punto di vista si può intervenire in fase progettuale variando la forma dell'arco ed approssimandola il più possibile alla funicolare dei carichi agenti. In questo caso le azioni da tenere in considerazione per la determinazione della sagoma dell'arco sono, oltre al carico distribuito dovuto al suo peso proprio, le forze concentrate che rappresentano lo sforzo nei pendini dovuto alle pretensioni ed ai carichi trasmessi dall'impalcato.

3. L'influenza dei fenomeni lenti nella costruzione e nell'esercizio dei ponti in c.a. e c.a.p.

Lo stato di sollecitazione e di deformazione di un ponte in cemento armato precompresso è fortemente influenzato dal comportamento nel tempo dei materiali, calcestruzzo e acciaio, sia nelle fasi di costruzione che durante la vita di servizio della struttura. La viscosità ed il ritiro del calcestruzzo, così come il rilassamento dell'acciaio dell'armatura di precompressione, modificano infatti nel tempo lo stato di deformazione e di tensione, in particolar modo quando, durante le fasi di costruzione, lo schema statico della struttura varia passando attraverso strutture parziali che possono essere diverse, per geometria e vincoli, da quella finale di esercizio. Nelle strutture non omogenee, in cui le sezioni sono composte da materiali diversi, la viscosità del calcestruzzo è responsabile della migrazione delle tensioni dal calcestruzzo, materiale meno rigido e maggiormente soggetto al fenomeno di

scorrimento viscoso, all'acciaio, materiale più rigido che, in relazione alle tensioni di lavoro, non presenta fenomeni viscosi. Le deformazioni differite inoltre sono responsabili delle cadute lente nel tempo della precompressione.

Il ritiro è una deformazione di accorciamento atensionale del calcestruzzo che incrementa nel tempo le deformazioni elastiche dovute alla compressione ma che non dipende dal carico. I suoi effetti principali sono:

- 1) deformazioni assiali degli elementi, indipendentemente dallo stato di sollecitazione;
- 2) pericoli di fessurazione degli elementi, indipendenti dalle eventuali tensioni di trazione indotte dai carichi.

Gli effetti principali della viscosità nei ponti in cemento armato precompresso sono, invece:

- 1) aumento delle deformazioni per carichi permanenti nel tempo;
- 2) diminuzione dello stato tensionale per deformazioni imposte costanti nel tempo;
- 3) ridistribuzione delle sollecitazioni dovuta ad un cambiamento di schema statico, quando si aggiungono vincoli posticipati alla struttura precedentemente caricata;
- 4) migrazione delle tensioni nella sezione non omogenea o tra parti di struttura di diverso materiale;
- 5) caduta dello sforzo di precompressione.

L'influenza della viscosità sul comportamento a lungo termine delle strutture presenta un duplice aspetto: il primo, positivo, è quello di mitigare l'effetto tensionale delle deformazioni imposte inattese che dovessero verificarsi ad esempio per cedimenti differenziali degli appoggi. Il secondo aspetto è invece generalmente negativo: la viscosità fa crescere le deformazioni elastiche iniziali dovute ai carichi permanenti e riduce l'effetto di deformazioni imposte artificialmente durante la costruzione per migliorare il comportamento strutturale. Negli archi funicolari ad esempio, i momenti parassiti dovuti all'accorciamento assiale iniziale, che si sarebbero potuti eliminare introducendo delle forzature attraverso l'uso di martinetti, secondo la tecnica

introdotta da Freyssinet, vengono parzialmente reintrodotti a causa della viscosità del calcestruzzo.

Nelle strutture non omogenee composte da getti di calcestruzzi di differenti proprietà (anche per i diversi tempi del getto) o da sezioni miste acciaio-calcestruzzo, la migrazione delle tensioni dai materiali più viscosi a quelli che risentono meno dello scorrimento viscoso, può comportare nel tempo il raggiungimento di stati critici per fessurazione del calcestruzzo o per forti incrementi delle tensioni nell'acciaio. In generale, può affermarsi che le strutture con forti eterogeneità sono maggiormente soggette agli effetti della viscosità e ciò ha immediate conseguenze sul costo dell'opera. In queste strutture infatti sono necessari espedienti che limitino gli effetti della viscosità in costruzione prima e in esercizio successivamente, come la previsione di opportune controfrecce e monte di costruzione o il bilanciamento dei carichi attraverso la precompressione per limitare la ridistribuzione per variazione di schema statico.

Le tecniche costruttive dei ponti in cemento armato precompresso sono molto diversificate ma presentano generalmente un susseguirsi di fasi costruttive con schemi statici e carichi che possono variare fino a raggiungere la configurazione finale di esercizio. Inoltre si possono avere sia elementi gettati in situ che prefabbricati e successivamente assemblati; ciò influenza molto le deformazioni viscosi. Tra queste, la tecnica di costruzione dei ponti per sbalzi successivi (*balanced cantilever method*) è oggi uno dei metodi maggiormente usati per l'efficienza e la velocità di costruzione. Nel caso degli archi, il principio è quello di avanzare attraverso la costruzione di conci di arco a partire dalle imposte, ottenendo mensole di lunghezze crescenti fino alla mezzeria della campata. I conci possono essere gettati in opera con opportune casseforme a sbalzo oppure essere prefabbricati e successivamente varati ed assemblati in opera. In questa fase gli elementi sono soggetti a momento flettente negativo dovuto al peso proprio dei conci stessi. A questo punto le due mensole che costituiscono i semiarchi vengono unite in mezzeria e si dà continuità all'arco effettuando il getto di chiusura in chiave. Importanti

sono anche gli effetti della viscosità per ponti costruiti con altre metodologie, come ad esempio travi prefabbricate inizialmente appoggiate e poi rese continue, ponti a travata realizzati per spinte successive o per sbalzi successivi e ponti strallati con impalcato in calcestruzzo.

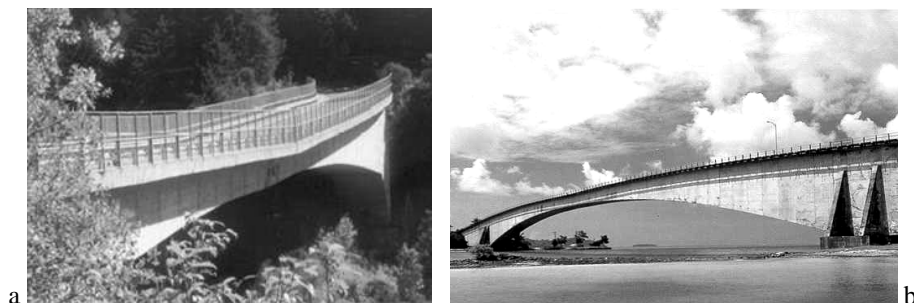


Figura 2.3.- Ponti che hanno presentato problemi dovuti agli effetti dei fenomeni lenti:
a) Rio Sinigo; b) Koror-Babeldaob a Palau, prima del crollo.

La viscosità ha inoltre un importante effetto sulla durabilità e sulle condizioni di esercizio della struttura, in particolare il suo stato limite di deformazione e di fessurazione. Il ponte sul Rio Sinigo, costruito in Italia nel 1982, con il metodo degli sbalzi successivi con getto in situ di conci in calcestruzzo leggero strutturale, ha presentato dopo alcuni anni dalla costruzione, una freccia in mezzeria di oltre 50 cm (fig. 2.3a). Lo stesso è accaduto nel ponte Yuan-Shan a Taiwan (Chiu et al., 1996), nel quale è stato registrato uno spostamento verticale di circa 60 cm della connessione a cerniera nella mezzeria della campata, analoga a quella del Rio Sinigo. Inoltre, alla viscosità ed agli effetti della forte non omogeneità di grandi strutture da ponte viene imputata da parte di alcuni studiosi l'eccessiva deformazione prima del crollo, dopo molti anni dalla costruzione, del ponte Koror-Babeldaob a Palau (Bažant, 2008 a-b) (fig. 2.3b); altri autori hanno evidenziato anche ulteriori cause che portarono al crollo (Burgoyne, 2006). I tre casi sopra citati sono comunque relativi a ponti costruiti con il metodo degli sbalzi successivi con getti in situ e con schema finale con cerniera in

mezzeria. Questo schema statico è in effetti sconsigliabile proprio perché ha manifestato una eccessiva sensibilità alle deformazioni per creep che crescono in mezzeria molto di più del caso in cui si preveda una connessione in chiave con un concio di sutura che realizza un incastro interno.

Normalmente, i ponti di dimensioni piccole e medie non sono eccessivamente sensibili al fenomeno della viscosità nei confronti della capacità ultima della struttura, ma soltanto in termini di stato deformativo a lungo termine. Le grandi strutture invece, sono sensibili anche nei riguardi della resistenza ultima, per gli effetti della non linearità e della comparsa e crescita nel tempo della fessurazione per ritiro e creep non uniforme. Inoltre in tali strutture, un progressivo incremento delle deformazioni può portare nel tempo a fenomeni di instabilità per effetti del secondo ordine. Ad esempio, negli archi snelli con un limitato rapporto freccia/luce, nascono alti valori di sforzo normale nel calcestruzzo; una possibile alterazione del profilo longitudinale, dovuto all'incremento di deformazione viscosa, potrebbe innescare una risposta non lineare della struttura con fenomeni di perdita di forma e stabilità (*snap – through effect*).

Sono dunque necessari metodi affidabili di analisi del comportamento a lungo termine delle strutture soggette a fenomeni lenti. Tali metodi devono intervenire fin dalle fasi di *conceptual design* della struttura. In fase iniziale possono essere di semplice ed immediata applicazione per la valutazione del comportamento globale della struttura. Successivamente tali metodi devono essere raffinati tramite procedure numeriche più accurate con analisi sezionali che tengano conto della non omogeneità. Per il primo stadio può dunque essere sufficiente un approccio che si fondi sulla teoria della viscoelasticità lineare (considerando la struttura monodimensionale e omogenea), per interpretare il comportamento globale e prevedere i cambiamenti dello stato di deformazione e di tensione durante la costruzione e la vita di servizio della struttura. Successivamente, il secondo livello dovrà prevedere la messa in conto, anche attraverso appositi modelli numerici ad elementi finiti, della non omogeneità e del comportamento non lineare, per quelle strutture di grandi

dimensioni, con forti eterogeneità e che risultano molto sensibili al creep sia dal punto di vista dello stato limite di esercizio (per deformazione e fessurazione) che di quello ultimo (di collasso della struttura).

Negli ultimi 50 anni molti autori hanno studiato gli effetti delle deformazioni differite nel tempo sulle strutture da ponte e su questo punto è disponibile una ricca letteratura. Poiché la soluzione del problema della viscosità è possibile analiticamente soltanto attraverso procedure step-by-step, sono stati proposti anche alcuni metodi semplificati e approssimati, tra i quali il più diffuso è quello inizialmente proposto da Trost (1967) e successivamente messo a punto da Bažant (1972 e 2002) attraverso la definizione di un *coefficiente di invecchiamento* e noto come Age Adjusted Effective Modulus (AAEM) Method, ovvero metodo del modulo effettivo corretto con invecchiamento. Il metodo è molto utile ai progettisti in quanto fornisce soluzioni accurate ed accettabili per molti problemi concreti che si presentano nella pratica progettuale. Un approccio sistematico e razionale basato sulla teoria della viscoelasticità lineare con invecchiamento è stato proposto da Chiorino e dai suoi collaboratori (2005 *a-b*) per l'analisi del comportamento globale delle strutture soggette a viscosità, in particolare per strutture in cui lo schema statico varia per aggiunta di vincoli posticipati all'applicazione del carico. Mola (1986 e 2003) ha introdotto l'utilizzo delle funzioni di rilassamento ridotto per affrontare alcune problematiche legate alla presenza di vincoli elastici ed a strutture viscosamente non omogenee, mediante la modifica delle funzioni utilizzate per le strutture omogenee. Dezi, Menditto e Tarantino (1993) hanno studiato l'effetto di variazioni dello schema statico in strutture reologicamente non omogenee. Arici e Granata (2007) hanno proposto un'estensione del terzo teorema ai casi di cambiamenti di schema statico per successive aggiunte e rimozioni di vincoli durante le fasi di costruzione.

Dilger (1982) ha studiato l'effetto della viscosità nelle sezioni non omogenee e la migrazione delle tensioni attraverso l'uso della *creep transformed section*. Sulla base di ciò Dilger, Tadros e Ghali (1975, 1977,

1979, 1985) hanno puntualizzato il fenomeno delle cadute di tensione della precompressione per fenomeni lenti, suggerendo alcune espressioni, ancora oggi utilizzate e recepite da alcune norme, come lo stesso Eurocodice 2 (2004) sulle strutture in calcestruzzo. Kristek (2004, 2007) ha analizzato l'influenza della distribuzione dei cavi di precompressione sulle eccessive deformazioni che si presentano a lungo termine per effetto della viscosità nei ponti a campate molto lunghe. Recentemente Hedjazi et al. (2007) hanno proposto delle soluzioni speditive basate sul metodo AAEM per ponti in c.a.p. costruiti a sbalzo, confrontando le soluzioni approssimate con analisi agli elementi finiti.

Tutte le analisi presenti in letteratura si basano sui modelli di viscosità attualmente disponibili e sviluppati attraverso dati raccolti in alcuni database; i modelli di viscosità proposti in letteratura e nelle norme tecniche dei diversi Paesi (ACI209-92, CEB MC90, GL2000, B3) risultano purtroppo piuttosto differenti nelle loro previsioni, per cui l'utilizzo di diversi modelli può portare a risultati tra loro molto differenti (Bažant, 2008; Chiorino, 2005), sebbene il comportamento globale e la tendenza del comportamento della struttura nel tempo siano chiaramente individuabili.

Le soluzioni presentate sono approssimate perché non tengono conto degli effetti di shear-lag, di ritiro e viscosità non uniforme, della non linearità dovuta al cracking, effetti che possono essere importanti nelle grandi strutture altamente sensibili ma che possono essere tenuti in conto solo tramite modellazioni ad elementi finiti 3D e raffinamento dei modelli di creep, con leggi rate-type (Bažant, 2008; Burgoyne, 2006). Ciononostante, come detto e come si vedrà anche in seguito, i modelli di viscosità forniscono previsioni molto differenti tra loro ed i parametri in gioco sono numerosi e diversificati nella loro importanza, per cui gli errori che si commettono nell'applicazione dei diversi modelli sono dello stesso ordine di grandezza di quelli che si hanno trascurando gli effetti sopra esposti. Di conseguenza le soluzioni ricavate dalle leggi della viscoelasticità lineare con invecchiamento, secondo un approccio rigoroso e coerente a partire dalle ipotesi di base di tale teoria, sono in grado

di fornire la tendenza nel comportamento globale della struttura, che è il passo fondamentale per comprendere gli effetti dei fenomeni lenti sui ponti in cemento armato precompresso a schema variato.

Dopo un inquadramento generale della problematica, sviluppato in questa prima parte, viene presentato uno studio sulla valutazione delle cadute di sforzo della precompressione, prima per sola viscosità e successivamente per il contributo di ritiro e rilassamento. A tal proposito, la precompressione viene interpretata come una distorsione imposta in una struttura viscosamente omogenea con vincoli elastici, utilizzando la teoria delle funzioni di rilassamento ridotte, sviluppata da Mola.

3.1. Teoria della viscoelasticità lineare

Le azioni prevalenti sulla struttura d'impalcato di un ponte durante le fasi di costruzione sono generalmente il peso proprio e la precompressione. Mentre il peso proprio può essere considerato come un'azione esterna permanente applicata, la precompressione va considerata come una particolare distorsione imposta, cioè come un'azione geometrica imposta che permane nel tempo. Alla fine della costruzione, la precompressione può essere completata attraverso la tesatura di ulteriori cavi di continuità e vengono applicati i carichi permanenti aggiuntivi dovuti alla pavimentazione e alla sovrastruttura. Infine, in esercizio si hanno i carichi mobili dovuti al traffico, i quali però vanno trattati come carichi variabili che non permangono nel tempo e che quindi non hanno influenza sulla viscosità. Questa va invece considerata per azioni esterne permanenti applicate e distorsioni dovute alla precompressione, sia nelle fasi di costruzione che in esercizio, valutando gli stati di sollecitazione e gli spostamenti indotti nel tempo.

Nei ponti in c.a.p. con sezione a cassone, il livello delle tensioni di compressione nel calcestruzzo in tutte le fasi non supera generalmente il 40÷50% delle tensioni di rottura a compressione. In tale ambito è possibile ritenere ancora valido il principio di sovrapposizione degli effetti, ovvero è

possibile sommare gli effetti di carichi e distorsioni che vengono applicate sulla struttura in tempi successivi, secondo l'ipotesi di Mac Henry (Chiorino, 2005). Se poi lo spessore dei singoli elementi che compongono la sezione d'impalcato (solette, anime, etc...) non presentano differenze dimensionali significative (sono dello stesso ordine di grandezza), è possibile assumere l'ipotesi di comportamento viscosamente omogeneo delle sezioni e quindi si può studiare la struttura con un modello viscoelastico lineare monodimensionale lungo il suo asse. Ciò implica che la risposta del calcestruzzo per azioni differenti applicate in tempi successivi può essere trovata come somma dei singoli effetti, applicando il principio di sovrapposizione (la linearità è dunque riferita alla possibilità di sommare gli effetti e non all'andamento del fenomeno viscoso e alla forma delle relative funzioni nel tempo).

3.1.1. Principi fondamentali della viscoelasticità lineare

Lo sviluppo delle deformazioni del calcestruzzo nel tempo può essere modellato attraverso la *funzione di viscosità* $J(t, t_0)$, la quale rappresenta la deformazione totale al tempo t per una tensione unitaria applicata al tempo t_0 . La sola aliquota viscosa della deformazione, che si aggiunge alla quota elastica iniziale e che è funzione del tempo, è data invece dal cosiddetto *coefficiente di viscosità* $\varphi(t, t_0)$. Di conseguenza il valore della deformazione dipendente dallo stato tensionale indotto da un carico, risulta proporzionale alle tensioni indotte al tempo t_0 (tempo di applicazione del carico), tramite la funzione di viscosità $J(t, t_0)$, funzione dei tempi t e t_0 (misurati in giorni), a partire dall'origine posta alla data del getto del conglomerato:

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \sigma_c(t_0) J(t, t_0) = \varepsilon_{\sigma}(t_0) [1 + \varphi(t, t_0)] = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_c(t_0)} + \frac{\varphi_{28}(t, t_0)}{E_{c28}} \right] \quad (2.12)$$

in cui $\varepsilon_{\sigma}(t)$ è la deformazione totale, somma della parte elastica e di quella viscosa, al tempo t successivo all'applicazione del carico; $\sigma_c(t_0)$ è la tensione indotta nel calcestruzzo al tempo di applicazione del carico; $\varepsilon_{\sigma}(t_0)$ è la

deformazione elastica indotta dalla tensione $\sigma_c(t_0)$; $\phi_{28}(t, t_0)$ è il coefficiente di viscosità riferito al modulo elastico convenzionale del calcestruzzo a 28 giorni di maturazione E_{c28} ; $E_c(t_0)$ è il modulo elastico del calcestruzzo al tempo di applicazione del carico.

La funzione di viscosità $J(t, t_0)$ (*compliance function*), viene fornita dalla letteratura specializzata e dalle norme per un determinato modello di viscosità adottato, attraverso il coefficiente di viscosità $\phi(t, t_0)$. Se la storia tensionale, successivamente all'applicazione del primo carico, è divisa in intervalli infinitesimi $d\sigma_c$ di successive tensioni dipendenti da carichi applicati, al generico tempo t , attraverso il principio di sovrapposizione degli effetti, è possibile scrivere la relazione:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0)J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) d\sigma_c(\tau) \quad (2.13)$$

la quale rappresenta la formulazione integrale della viscosità lineare per strutture con comportamento omogeneamente viscoso per successive applicazioni di carichi che permangono nel tempo.

Reciprocamente in una struttura, inizialmente iperstatica, in presenza di una deformazione impressa variabile nel tempo, le deformazioni elastiche non variano mentre le tensioni variano con l'espressione integrale duale della (2.13):

$$\sigma_c(t) = \varepsilon_c(t_0)R(t, t_0) + \int_{t_0}^t R(t, \tau) d\varepsilon_c(\tau) \quad (2.14)$$

in cui $R(t, t_0)$ è la *funzione di rilassamento*, reciproca della funzione di viscosità, e rappresenta la tensione totale al generico tempo t , dovuta ad una deformazione imposta unitaria al tempo t_0 . Ovviamente se la deformazione è dovuta ad una distorsione iniziale applicata al tempo t_0 , ad esempio un cedimento anelastico impresso ad uno dei vincoli, nella struttura la deformata si mantiene costante nel tempo, mentre lo stato tensionale diminuisce, a partire dal tempo t_0 , con la legge determinata dalla funzione di rilassamento $R(t, t_0)$, decrescente nel tempo. La funzione di rilassamento può essere ottenuta

numericamente dalla funzione di viscosità $J(t, t_0)$, attraverso l'integrazione numerica dell'equazione integrale di Volterra

$$1 = R(t_0, t_0)J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) dR(\tau, t_0) \quad (2.15)$$

La funzione $J(t, t_0)$, fornita dal modello di viscosità, dipende oltre che dal tempo di applicazione del carico, da altri parametri fondamentali: l'umidità relativa media RH (%) dell'ambiente in cui matura il calcestruzzo, la resistenza caratteristica di rottura del calcestruzzo f_{ck} , la superficie esposta all'ambiente attraverso il coefficiente $2A_c/u$ (notional size) in cui A_c è l'area della sezione di calcestruzzo e u è il perimetro della sezione. In figura 2.4 sono riportati i diagrammi semilogaritmici di esempio delle funzioni $J(t, t_0)$ e $R(t, t_0)$ per fissati valori di tali parametri.

L'analisi delle strutture a vincoli rigidi, viscosamente omogenee e con schema statico invariabile si basa dunque sui primi due teoremi fondamentali della viscoelasticità lineare.

Il *primo teorema della viscoelasticità lineare* stabilisce che se ad una struttura in calcestruzzo, omogeneamente viscosa ed a vincoli rigidi invariabili nel tempo, viene applicato al tempo t_0 un carico permanente che resta sulla struttura durante la maturazione del calcestruzzo, lo stato tensionale provocato al tempo t_0 , si mantiene costante nel tempo, mentre la deformata iniziale cresce con legge $J(t, t_0)$.

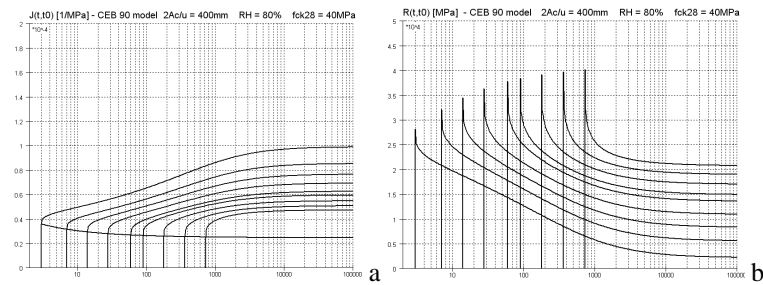


Figura 2.4.- Esempio di funzioni del CEB Model Code 90 per diversi valori del tempo t_0 . $RH=80\%$, $2A_c/u=400$ mm, $f_{ck} = 40$ MPa. a) Funzione di viscosità $J(t, t_0)$. b) Funzione di rilassamento $R(t, t_0)$.

Viceversa il *secondo teorema della viscoelasticità lineare* stabilisce che se alla struttura viene applicata una deformazione impressa al tempo t_0 , (ad esempio si impone un cedimento anelastico ad un appoggio di una struttura iperstatica) la deformata indotta inizialmente permane nel tempo, mentre lo stato di tensione che insorge nella struttura per la distorsione impressa decresce con la funzione di rilassamento $R(t, t_0)$.

Fin qui sono stati illustrati i due teoremi fondamentali della viscoelasticità lineare per il caso di vincoli invariabili nel tempo. Il *terzo teorema* (detto anche principio della parziale acquisizione dello schema statico modificato) si occupa invece di quelle strutture viscosamente omogenee in cui, successivamente all'applicazione del carico, vengono aggiunti ulteriori vincoli. Questi ultimi risultano quindi posticipati rispetto al tempo di applicazione del carico e la struttura si dice "a schema variato". Tale teorema afferma che in una struttura a vincoli rigidi, se al tempo t_1 , successivo al tempo t_0 di applicazione del carico, viene aggiunto un qualunque vincolo, interno od esterno, lo stato di tensione precedente all'applicazione del vincolo si modifica avvicinandosi, a tempo infinito, a quello che sarebbe nato nella struttura, sottoposta allo stesso carico, ma considerata con il vincolo aggiunto fin dall'inizio.

Quando si applica un carico permanente sulla struttura, per il primo teorema le deformazioni aumentano nel tempo a tensione costante. Ma se si aggiunge successivamente un vincolo in un punto della struttura, l'incremento di deformazione viscosa risulta impedito in quel punto vincolato, mentre nel resto della struttura l'incremento procede liberamente. A sua volta il vincolo aggiunto, impedendo le ulteriori deformazioni viscosi che sarebbero nate in sua assenza, causa la nascita di una reazione nella struttura che modifica lo stato tensionale. Ne segue che sia le sollecitazioni che le deformazioni variano nel tempo e nella struttura appare una ridistribuzione nello stato tensionale. La reazione del vincolo posticipato aumenta nel tempo, partendo dal valore nullo a t_1 e avvicinandosi a quello dello schema elastico finale a tempo infinito, per

il continuo impedimento dell'incremento della deformazione viscosa imposto nella sezione vincolata.

Per trovare le sollecitazioni nella struttura in cui è in atto la redistribuzione degli sforzi, si può operare mediante una combinazione lineare delle sollecitazioni nello schema elastico iniziale e in quello finale, cioè prima e dopo l'aggiunta del vincolo posticipato. I coefficienti di questa combinazione sono i valori della *funzione di redistribuzione* $\xi(t, t_0, t_1)$: essi esprimono, ad ogni tempo t , la percentuale di acquisizione delle sollecitazioni dello schema statico modificato (per $\xi=0$ non c'è redistribuzione mentre per $\xi=1$ l'acquisizione dello schema modificato è totale). La funzione di redistribuzione può essere determinata attraverso il seguente integrale

$$\xi(t, t_0, t_1) = \int_{t_1}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0) \quad (2.16)$$

In esso è necessario però conoscere a priori le funzioni $R(t, t_0)$ ricavate a partire dalle funzioni $J(t, t_0)$ fornite dai codici, attraverso l'integrazione numerica di un'equazione integrale di Volterra.

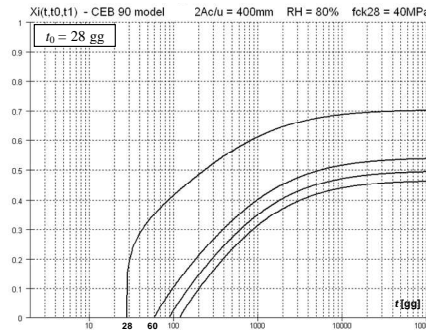


Figura 2.5.- Esempio di funzioni di redistribuzione $\xi(t, t_0, t_i)$ del CEB Model Code 90. $RH=80\%$, $2A_c/u = 400$ mm, $f_{ck} = 40$ MPa per tempo di applicazione del carico $t_0 = 28$ gg. Tempi $t_i = 28, 60, 90, 120$ gg.

Naturalmente, quanto più ritardato è il tempo t_1 di inserimento del vincolo aggiuntivo, tanto più si riduce il valore della funzione ξ ed il regime statico

risulta poco influenzato dalla variazione di schema. L'aggiunta del vincolo produce invece il massimo effetto quanto più t_1 è prossimo a t_0 . Per $t_1 = t_0^+$ (cioè per un tempo appena successivo all'applicazione del carico) risulta

$$\xi(t, t_0, t_0^+) = \int_{t_0^+}^t R(t, \tau) dJ(\tau, t_0) = 1 - \frac{R(t, t_0)}{E_c(t_0)} \quad (2.17)$$

il cui valore a tempo infinito, per calcestruzzi giovani al tempo di applicazione del carico, si approssima all'unità, cioè al caso di redistribuzione totale. In figura 2.5 sono mostrate alcune curve di esempio della funzione di redistribuzione per fissato tempo di applicazione del carico t_0 e a diversi valori del tempo t_1 di apposizione del vincolo posticipato, in base a valori fissati dell'umidità relativa $RH\%$, della sezione (attraverso il rapporto tra area e semiperimetro esposto $2A_c/u$) e della resistenza cilindrica del calcestruzzo f_{ck} . La curva definita dalla (2.17) è illustrata in figura 1 per $t_0 = 28$ gg. Nel capitolo successivo vengono riportate le espressioni delle sollecitazioni e delle deformazioni per aggiunta di uno o più vincoli posticipati.

Per ogni cambiamento di schema statico con aggiunta di uno o più vincoli al tempo t_1 , la funzione di redistribuzione può essere anche determinata, più direttamente, attraverso la soluzione numerica dell'equazione integrale di Volterra (Chiorino, 2005):

$$J(t, t_0) - J(t_1, t_0) = \int_{t_1}^t J(t, \tau) d\xi(\tau, t_0, t_1) \quad (2.18)$$

la quale, pur essendo equivalente alla (2.16), evita la preventiva determinazione delle funzioni di rilassamento.

Il principio della parziale acquisizione dello schema statico modificato per materiali viscoelastici è valido strettamente solo per strutture che possono essere considerate omogenee e a vincoli rigidi. Le strutture ordinarie possono in realtà essere considerate omogeneamente viscosi solo trascurando le eterogeneità locali dovute a limitate variazioni delle caratteristiche del calcestruzzo e trascurando la presenza di armature. In particolare per quanto

riguarda l'armatura ordinaria e di precompressione nel c.a.p., quando la sua presenza nelle sezioni può essere considerata di poche unità per mille rispetto all'area di calcestruzzo, l'influenza della disomogeneità introdotta dalle armature risulta piccola e può essere trascurata. L'assunto di materiale viscosamente omogeneo può essere accettato quando l'analisi riguarda il comportamento globale a lungo termine della struttura sia per la determinazione delle caratteristiche di sollecitazione che della deformata ad un certo tempo. Viceversa quando si voglia descrivere il campo delle tensioni e delle deformazioni all'interno della sezione, risulta necessaria un'analisi maggiormente accurata e complessa, poiché in quel caso è necessario tenere conto dell'eterogeneità della sezione per la presenza di armature di acciaio o di parti che la costituiscono dovute a getti operati in tempi diversi.

Il terzo teorema della viscoelasticità lineare si generalizza nel quarto teorema per successive aggiunte in tempi diversi di vincoli posticipati all'applicazione del carico, tramite l'introduzione di un valore della funzione di ridistribuzione per ogni tempo di applicazione di un vincolo o di un gruppo di vincoli.

3.1.2. Metodo AAEM

L'approccio dell'AAEM semplifica le relazioni viste sopra sostituendo alle equazioni integrali una soluzione approssimata che si basa sulla cosiddetta algebrizzazione (Migliacci, 2003) di tali equazioni. Ciò significa che le relazioni costitutive del problema elastico vengono sostituite da una legge costitutiva dello stesso tipo di quella elastica in cui viene introdotto un modulo elastico che si va modificando, per tenere conto dell'accumulo delle deformazioni viscosi nel tempo.

Il metodo AAEM è stato originariamente formulato per storie di deformazione che iniziano al tempo t_0 con un primo valore finito di deformazione ed evolvono con leggi che risultano combinazioni lineari del coefficiente di viscosità. Per storie di deformazione maggiormente complesse

in cui si ha l'applicazione di azioni in tempi diversi, si può utilizzare il principio di sovrapposizione degli effetti. Ciò risulta utile anche nel caso del terzo teorema, quando si hanno cambiamenti dello schema statico.

Se nella relazione (2.13) si esprime la funzione di viscosità $J(t, t_0)$ tramite il coefficiente di viscosità ed il modulo elastico del calcestruzzo, si ha

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \int_{t_0}^t \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_c(\tau)} \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.19)$$

Introducendo il coefficiente di invecchiamento $\chi(t, t_0)$, la relazione (2.19) può essere espressa in forma algebrica:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)] \quad (2.20)$$

Dalla (2.20) è possibile ricavare il modulo elastico effettivo (*Effective Modulus, EM*) e quello corretto con invecchiamento (*Age Adjusted Effective Modulus, AAEM*), che esprimono l'accumulo di deformazione viscosa nel tempo. Il primo (EM) è relativo al caso di azioni che mantengono il livello di tensione costante nel tempo, mentre il secondo (AAEM) è relativo al caso di tensioni variabili tra $\sigma_c(t_0)$ e $\sigma_c(t)$. La (2.20) si può riscrivere quindi in una forma meccanicamente più comprensibile:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,eff}(t, t_0)} + \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{E_{c,adj}(t, t_0)} \quad (2.21)$$

in cui il modulo effettivo $E_{c,eff}(t, t_0)$ è dato da

$$E_{c,eff}(t, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(t, t_0)} \quad (2.22)$$

mentre il modulo modificato $E_{c,adj}(t, t_0)$ è dato da

$$E_{c,adj}(t, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)} \quad (2.23)$$

Il coefficiente di invecchiamento, nella (2.20) e nella (2.23), risulta definito dalla relazione

$$\begin{aligned}\chi(t, t_0) &= \frac{1}{1 - R(t, t_0)/E_c(t_0)} - \frac{1}{E_c(t_0)J(t, t_0) - 1} = \\ &= \frac{E_c(t_0)}{E_c(t_0) - R(t, t_0)} - \frac{1}{\varphi(t, t_0)}\end{aligned}\quad (2.24)$$

Attraverso l'algebrizzazione è possibile dare una definizione analitica della funzione di rilassamento a partire dal coefficiente di viscosità, ottenendo l'espressione:

$$R(t, t_0) = \left(1 - \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)} \right) E_c(t_0) \quad (2.25)$$

L'algebrizzazione del metodo AAEM evita la risoluzione numerica delle equazioni integrali di Volterra permettendo di riscrivere tutte le relazioni fondamentali delle leggi della viscoelasticità lineare tramite espressioni algebriche di più facile utilizzo anche in campo professionale. Per fare ciò basta conoscere il coefficiente di viscosità $\varphi(t, t_0)$ ed il coefficiente di invecchiamento $\chi(t, t_0)$, che sono ambedue funzioni del tempo. Il coefficiente di viscosità viene fornito dalle norme o dalla letteratura specializzata in base al modello di viscosità prescelto; il coefficiente di invecchiamento può essere determinato tramite integrazione numerica dalla (2.20) in quanto non è nota a priori in forma algebrica la funzione $R(t, t_0)$, la quale viene ricavata per integrazione a partire dalla $J(t, t_0)$.

In letteratura esistono diverse espressioni semplificate della funzione $\chi(t, t_0)$ (Bažant, 2002; Chiorino, 1984). In figura 2.6 viene riportata tale funzione per vari tempi di applicazione del carico. Si nota che essa varia generalmente tra 0.6 e 1.0, per cui è ormai accettato l'uso generalizzato di un valore medio

costante approssimato di circa 0.8, assumendo il coefficiente di invecchiamento pressoché costante nel tempo per molte applicazioni pratiche¹.

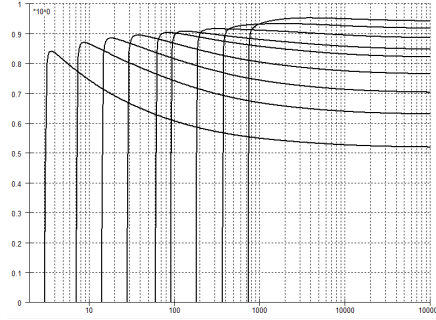


Figura 2.6.- Funzioni del CEB Model Code 90. Coefficiente di invecchiamento $\chi(t, t_0)$ per diversi valori del tempo t_0 . $RH=80\%$, $2A_c/u = 400$ mm, $f_{ck} = 40$ MPa.

Per il caso di cambiamento dello schema statico, attraverso il metodo AAEM, è possibile approssimare l'espressione della funzione di ridistribuzione, precedentemente definita dall'equazione integrale (2.18), ottenendo la seguente relazione, ricavata da Bažant e successivamente riportata e discussa da Chiorino (2006):

$$\xi(t, t_0, t_1) \cong \left(\frac{\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)}{1 + \chi(t, t_1)\varphi(t, t_1)} \right) \frac{E_c(t_1)}{E_c(t_0)} \quad (2.26)$$

in cui $\chi(t, t_1)$ è il coefficiente di invecchiamento, il quale può essere approssimato ad un valore pressoché costante e pari a circa 0.8. Il metodo AAEM evita la risoluzione numerica delle equazioni integrali di Volterra permettendo di riscrivere tutte le relazioni fondamentali delle leggi della viscoelasticità lineare tramite espressioni algebriche di più semplice utilizzo

¹Per permettere con semplicità ai ricercatori ed ai progettisti l'integrazione numerica per i modelli di viscosità maggiormente in uso, è stata creata dai ricercatori del Politecnico di Torino una pagina web dalla quale può essere facilmente scaricato un software di ausilio che fornisce i valori delle funzioni di viscosità, rilassamento e dei coefficienti di invecchiamento per diversi modelli (Politecnico di Torino).

per le applicazioni progettuali (Arici et al., 2009). Inoltre il metodo algebrico fondato sull'AAEM è risultato molto efficace in presenza di disomogeneità e queste sono connesse alla presenza di parti elastiche collaboranti con parti viscoelastiche omogenee. Numerose applicazioni a casi reali, insieme a numerose simulazioni numeriche (Bažant, 1973; Dilger, 1982) hanno testato la bontà del metodo.

Un problema differente ma strettamente legato all'introduzione dei vincoli posticipati è quello del cambiamento di schema statico per rimozione di vincoli temporanei. E' ciò che accade quando durante le fasi di costruzione, vengono rimossi puntelli provvisori. Se questo avviene successivamente ad un precedente cambiamento di schema per aggiunta di un vincolo posticipato, la ridistribuzione in atto nella struttura, valutata attraverso la funzione $\xi(t, t_0, t_1)$, deve essere opportunamente modificata a causa della rimozione del vincolo temporaneo. Tali casi vengono discussi da Arici e Granata (2008), sia per azioni statiche applicate (carichi permanenti), che per azioni geometriche (distorsioni imposte), sempre attraverso combinazioni lineari di sollecitazioni e deformazioni valutate negli schemi elastici precedenti e seguenti le variazioni di schema statico per aggiunta e rimozione di vincoli.

3.1.3. Funzione di rilassamento ridotta

Finora è stata considerata sempre una struttura omogeneamente viscosa a vincoli rigidi. Si consideri ora che la struttura (isostatica o iperstatica) possa avere, oltre a m vincoli rigidi, anche un numero n di vincoli elastici sovrabbondanti. Si applichino, al tempo t_0 , delle distorsioni η_i ($i=1\dots n$) ai vincoli elastici, imponendo uno spostamento relativo costante lungo la direzione del vincolo e si indichi con $X_i(t)$ la reazione di ogni vincolo elastico ($i=1\dots n$) al generico tempo $t > t_0$. L'equazione di congruenza ad ogni istante t , negli n punti vincolati elasticamente, impone l'eguaglianza dello spostamento relativo tra il punto della struttura in cui è applicato il vincolo elastico i -esimo, che si deforma per la viscosità, ed il vincolo, con lo spostamento relativo imposto al vincolo stesso. Attraverso la simbologia utilizzata da Mola et al.

(1986, 2003), l'equazione di congruenza si può scrivere nella forma matriciale:

$$\begin{aligned} & \delta_c(t_0)\mathbf{X}(t_0)E_c(t_0)J(t,t_0)+\int_{t_0}^t \delta_c(t_0)d\mathbf{X}(\tau)E_c(t_0)J(t,\tau)+ \\ & +\delta_s\left[\mathbf{X}(t_0)+\int_{t_0}^t d\mathbf{X}(\tau)\right]+\delta_\eta=0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

in cui:

- $\delta_c(t_0)$ è la matrice di deformabilità della struttura in calcestruzzo, con gli m vincoli rigidi, nei punti di contatto con i vincoli elastici, al tempo t_0 di applicazione del carico;
- δ_s è la matrice di deformabilità dei vincoli elastici;
- δ_η è il vettore che raccoglie gli spostamenti relativi imposti dei vincoli elastici;
- $\mathbf{X}(t)$ è il vettore delle reazioni vincolari dei vincoli elastici.

La soluzione dell'equazione (2.27) fornisce le reazioni dei vincoli elastici $\mathbf{X}(t)$ ad ogni tempo:

$$\mathbf{X}(t)=\mathbf{K}\mathbf{\Omega}\mathbf{\rho}^*(t,t_0)\mathbf{K}^{-1}\mathbf{X}_{\eta r} \quad (2.28)$$

in cui:

- \mathbf{K} è la matrice modale delle componenti degli autovettori della matrice $\mathbf{D}=[\delta_c(t_0)+\delta_s]^{-1}\delta_c(t_0)$;
- $\mathbf{\Omega}=\mathbf{K}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{K}$ è la matrice diagonale spettrale di \mathbf{D} , contenente gli autovalori ω_i della matrice \mathbf{D} ;
- $\mathbf{\rho}^*(t,t_0)=\text{diag}[R_i^*(t,t_0)/E_c(t_0)]$ è la matrice diagonale delle *funzioni di rilassamento ridotte*;
- $\mathbf{X}_{\eta r}$ è il vettore delle reazioni vincolari degli n vincoli elastici, considerati rigidi, per effetto dell'applicazione delle distorsioni η_i .

La funzione di rilassamento ridotta per l' i -esimo vincolo è definita dalla relazione integrale

$$1 = R_i^*(t_0, t_0) J_i^*(t, t_0) + \int_{t_0^+}^t J_i^*(t, \tau) dR_i^*(\tau, t_0) \quad (2.29)$$

analoga della (2.15) per il caso di vincoli elastici ed in cui la funzione di viscosità modificata per la presenza di vincoli elastici è definita dalla relazione

$$J_i^*(t, t_0) = \frac{1 - \omega_i}{E_c(t_0)} + \omega_i J(t, t_0) \quad (2.30)$$

La (2.29) e la (2.30) vanno interpretate come una modifica delle funzioni di viscosità e di rilassamento che erano state definite per il caso di vincoli rigidi indipendentemente dalla struttura, nel caso di n vincoli elastici applicati alla struttura considerata. Per la loro determinazione è dunque necessario conoscere gli autovalori ω_i della matrice \mathbf{D} della struttura e la funzione di viscosità. In questo modo l'equazione (2.28) fornisce il valore delle reazioni vincolari dei vincoli elastici in una struttura di calcestruzzo viscosamente omogenea per la quale valgono ancora i teoremi fondamentali della viscoelasticità lineare, ma in cui si modificano le funzioni di viscosità e rilassamento.

Nel caso della presenza di un solo vincolo elastico, la relazione (2.27) diventa:

$$X(t_0) J^*(t, t_0) + \int_{t_0^+}^t dX(\tau) J^*(t, \tau) = \frac{X_\eta(t_0)}{E_c(t_0)} \quad (2.31)$$

in cui $X_\eta(t_0) = \omega X_{\eta r}$ è la reazione iniziale del vincolo elastico soggetto alla distorsione imposta η , la quale è fornita dal prodotto dell'autovalore ω per la corrispondente reazione del vincolo considerato rigido. La soluzione della (2.31) è:

$$X(t) = X_\eta(t_0) \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \quad (2.32)$$

e rappresenta un caso particolare della (2.28) per la presenza di un solo vincolo elastico.

La (2.32) mostra che, mentre per una struttura a vincoli rigidi soggetta ad una distorsione imposta, la legge di variazione delle sollecitazioni segue la funzione di rilassamento tramite la (2.14) e quindi per la reazione del vincolo rigido si ha $X(t)=X(t_0)R(t,t_0)/E_c(t_0)$, nel caso di vincoli elastici, invece, la legge di variazione delle sollecitazioni segue la funzione di rilassamento ridotta tramite la (2.32). Si può quindi affermare che attraverso le funzioni di rilassamento ridotte è possibile trattare strutture a vincoli elastici o che presentino delle non omogeneità (per esempio per effetto di parti in acciaio che costituiscono vincoli elastici interni alla struttura di calcestruzzo) come strutture di calcestruzzo omogenee per le quali continuano a valere i teoremi visti precedentemente, sostituendo la funzione $J^*(t,t_0)$ alla funzione di viscosità $J(t,t_0)$ e la funzione di rilassamento ridotta $R^*(t,t_0)$ alla funzione di rilassamento $R(t,t_0)$. Tale modifica dipende dalla struttura attraverso gli autovalori ω_i , sempre compresi tra 0 e 1. In figura 2.7 è riportato un diagramma di esempio della funzione di rilassamento ridotta per diversi valori del parametro ω . Per $\omega=1$ si ha il caso di una struttura omogeneamente viscosa con vincolo rigido per cui $J^*(t,t_0)=J(t,t_0)$ e $R^*(t,t_0)=R(t,t_0)$; per $\omega=0$ si ha invece il caso di una struttura puramente elastica (priva di viscosità) dove per la (2.30) si ha $J^*(t,t_0)=1/E_c(t_0)$ e $R^*(t,t_0)=E_c(t_0)$.

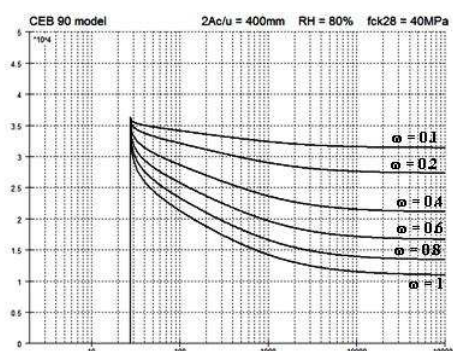


Figura 2.7.- Funzioni CEB Model Code 90. Funzione di rilassamento ridotta $R^*(t,t_0)$ variando il parametro ω . $RH=80\%$, $2A_c/u = 400$ mm, $f_{ck} = 40$ MPa per $t_0=28$ gg.

3.2. Stati di sollecitazione e deformazione in presenza di sola viscosità per strutture precomprese

Si consideri una struttura k volte iperstatica (per $k=0$ la struttura è isostatica). Si applichi al tempo t_0 un'azione permanente, sia essa un carico q dovuto ad esempio al peso proprio, sia essa il carico di precompressione p . In ambedue i casi nascono delle sollecitazioni e delle deformazioni. Per effetto della viscosità, le deformazioni variano nel tempo con il primo principio, ma mentre per i carichi permanenti le sollecitazioni rimangono costanti, la precompressione può essere riguardata come una distorsione impressa in una struttura omogeneamente viscosa con un vincolo elastico interno (il cavo o i cavi di precompressione). In questo secondo caso si ha anche una riduzione delle sollecitazioni nel tempo, costituita dalle cadute di tensione per fenomeni lenti. Nel seguito verranno esaminati ambedue i casi separatamente e verranno fornite le corrispondenti storie di sollecitazione e deformazione nel tempo.

3.2.1. Carichi permanenti

Se la struttura, soggetta al carico q applicato a t_0 , ha vincoli invariabili nel tempo, la sollecitazione generica $S^q(t)$ rimane coincidente con quella elastica per il primo teorema della viscoelasticità lineare. Di conseguenza si ha:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} \quad (2.33)$$

in cui $S_0^{el,q}$ è la sollecitazione nello schema elastico di riferimento con il carico q applicato.

La storia della generica deformazione $D^q(t)$ procede invece con la funzione di viscosità $J(t, t_0)$:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) \quad (2.34)$$

in cui $D_0^{el,q}$ è la deformazione valutata nello schema elastico di riferimento con il carico q applicato.

3.2.2. Precompressione

Nel caso della precompressione applicata al tempo t_0 , oltre alla presenza dello sforzo assiale P_0 e dei momenti flettenti associati alle eccentricità del cavo di precompressione, l'azione della precompressione può essere interpretata come una distorsione imposta nella struttura. Ma tale distorsione agisce su una struttura di calcestruzzo che è congruente al cavo o ai cavi in acciaio. Se ci si riferisce al cavo risultante come se fosse un unico cavo, posto sezione per sezione nel baricentro dei cavi, ed al caso della precompressione a cavi scorrevoli (armatura post-tesa), quando si applica lo sforzo attraverso il martinetto alla struttura e si fissa la sezione terminale del cavo alla piastra di ancoraggio, si impone la congruenza tra cavo e struttura. Si può interpretare allora il cavo come un vincolo elastico interno che ha subito una deformazione elastica non congruente, dovuta alla tensione di trazione applicata all'atto del tiro. Tale vincolo rimane poi congruente in ogni sezione della struttura dopo l'iniezione delle guaine. Il caso è dunque quello previsto dalla relazione (2.32) in quanto si ha una struttura soggetta ad un vincolo elastico interno e ad una distorsione imposta η , costituita dallo spostamento imposto al tiro dal martinetto nella sezione di testata. La reazione del vincolo elastico $X(t)$ non è altro che lo sforzo interno del cavo dopo il fissaggio, il quale è legato successivamente all'incremento di deformazione viscosa del calcestruzzo, cioè alla variazione di sforzo nel cavo dovuto alla viscosità del calcestruzzo nel punto di congruenza. La reazione iniziale $X_\eta(t_0)$ coincide con lo sforzo iniziale nel cavo P_0 , già depurato delle perdite istantanee di tensione. Di conseguenza la (2.32) si può scrivere in questo caso:

$$P(t) = P_0 \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \quad (2.35)$$

che esprime l'andamento dello sforzo di precompressione, in diminuzione per effetto della caduta di sforzo per viscosità. La funzione di rilassamento ridotta

$R^*(t, t_0)$ dipende dall'autovalore ω del vincolo elastico associato al cavo di precompressione, il quale risulta:

$$\omega = \frac{n_0 \rho_p k_p}{1 + n_0 \rho_p k_p} \quad (2.36)$$

in cui $n_0 = E_p/E_c(t_0)$ è il rapporto tra i moduli elastici dell'acciaio e del calcestruzzo; $\rho_p = A_p/A_c$ è il rapporto tra le aree di acciaio e di calcestruzzo nella sezione; $k_p = 1 + e^2/r_c^2$ è il contributo dovuto all'eccentricità e del cavo rispetto al baricentro della sezione, essendo r_c il raggio d'inerzia della sezione di calcestruzzo. L'espressione (2.36) dell'autovalore ω si trova considerando la deformabilità della struttura di calcestruzzo in corrispondenza della sezione e la deformabilità assiale del cavo stesso considerato come vincolo elastico, a partire dalla definizione della matrice **D** nella relazione (2.28), per il caso di un solo vincolo elastico.

Le grandezze da introdurre nella (2.36) per ricavare l'autovalore con cui determinare la funzione di rilassamento ridotta, dipendono dunque dalla sezione; per analisi globali sulla struttura generalmente possono essere presi a riferimento dei valori medi di ρ_p e k_p approssimando la soluzione corretta (che dovrebbe tenere conto del reale andamento dei cavi sezione per sezione) con un errore che risulta trascurabile per numerosi casi pratici.

L'interpretazione della (2.35) mostra che l'andamento dello sforzo assiale nel cavo diminuisce rispetto a quello iniziale P_0 della quantità $[1 - R^*(t, t_0)/E_c(t_0)]$ che traduce quindi le cadute di tensione per viscosità e dipende dalla distribuzione delle armature di precompressione nella struttura di calcestruzzo. Poiché tutte le sollecitazioni dovute alla precompressione possono ritenersi proporzionali all'andamento dello sforzo nel tempo e quindi alla variazione di sforzo fornito dalla (2.35), si può ricavare la storia della generica sollecitazione dovuta alla precompressione per il caso dei vincoli invariabili nella struttura:

$$S^p(t) = S_0^{el,p} - S_0^{el,p} \left[1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] \quad (2.37)$$

in cui $S_0^{el,p}$ è la sollecitazione nello schema elastico di riferimento con lo sforzo di precompressione applicato.

Per il fatto che le sollecitazioni variano nel tempo, le corrispondenti deformazioni viscosi non coincidono con quelle che si avrebbero per un carico costante nel tempo ma devono tenere conto del rilassamento delle sollecitazioni indotte dalla precompressione, cioè delle cadute di sforzo. La relazione integrale che fornisce la storia delle deformazioni è dunque:

$$D^p(t) = D_0^{el,p} E_c(t_0) J(t, t_0) + D_0^{el,p} \int_{t_0^+}^t dR^*(\tau, t_0) J(t, \tau) \quad (2.38)$$

che, attraverso le relazioni (2.25), (2.26) e (2.32) diventa:

$$\begin{aligned} D^p(t) &= D_0^{el,p} + \frac{D_0^{el,p}}{n_0 \rho_p k_p} \left[1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] = \\ &= D_0^{el,p} E_c(t_0) J(t, t_0) + D_0^{el,p} \left\{ 1 - E_c(t_0) J(t, t_0) + \frac{1}{n_0 \rho_p k_p} \left[1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Nella (2.39) il termine $D_0^{el,p} E_c(t_0) J(t, t_0)$ è quello relativo alla precompressione vista come carico esterno equivalente applicato alla struttura, mentre il secondo termine traduce l'effetto sulle deformazioni delle cadute di tensione per sola viscosità. Va infatti puntualizzato che la (2.39) tiene conto solo della viscosità e non delle cadute dovute a ritiro o rilassamento. Inoltre essa è valida per le deformazioni associate alla curvatura indotta dalla precompressione nelle sezioni e quindi anche per gli spostamenti verticali, non è invece applicabile alla deformazione assiale, poiché quest'ultima non dipende dal parametro k_p che tiene conto dell'eccentricità dello sforzo di precompressione e dunque dei momenti flettenti indotti.

Le relazioni (2.37) e (2.39) possono essere riscritte attraverso il metodo AAEM tenendo conto che per l'algebrizzazione, la funzione di rilassamento ridotta si può esprimere attraverso la

$$1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} = \frac{n_0 \rho_p k_p \varphi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]} \quad (2.40)$$

dalla quale, per le sollecitazioni si ottiene la relazione:

$$S^p(t) = S_0^{el,p} \left[1 - \frac{n_0 \rho_p k_p \varphi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]} \right] \quad (2.41)$$

mentre per le deformazioni si ottiene la relazione:

$$D^p(t) = D_0^{el,p} \left[1 + \frac{\varphi(t, t_0)}{1 + n_0 \rho_p k_p [1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)]} \right] \quad (2.42)$$

La (2.41) è alla base della formula oggi utilizzata dalle normative europee ed americane per la determinazione delle cadute di precompressione nel tempo.

3.3. Stati di sollecitazione e deformazione per cambiamento di schema statico in presenza di deformazioni differite

Si consideri una struttura k volte iperstatica (per $k=0$ la struttura è isostatica). Si applichi al tempo t_0 un'azione permanente, sia essa un carico q dovuto ad esempio al peso proprio, sia essa l'applicazione della precompressione p . In ambedue i casi nascono delle sollecitazioni e delle deformazioni. Se i vincoli sono invariabili nel tempo, per effetto della viscosità, le deformazioni variano. Mentre per i carichi permanenti le sollecitazioni rimangono costanti, per la precompressione esse variano riducendosi nel tempo. Infatti la precompressione a cavi post-tesi, come detto in precedenza, può essere vista come una distorsione applicata in una struttura

omogeneamente viscosa con un vincolo elastico interno (il cavo o i cavi di precompressione). Di conseguenza nasce una riduzione delle sollecitazioni nel tempo, che segue la funzione di rilassamento ridotta e che è la causa delle cadute di tensione per effetto dei fenomeni lenti (Arici et al., 2009).

Nella nota precedente sono stati esaminati e discussi gli effetti prodotti sulle strutture da carichi permanenti e precompressione, valutando gli stati di sollecitazione e deformazione in presenza di deformazioni differite nel caso di vincoli invariabili, cioè di schemi statici che si mantengono invariati. Se invece i vincoli variano per cambiamento di schema statico, la ridistribuzione delle sollecitazioni prodotta dai vincoli aggiunti è assai diversa per la precompressione applicata al tempo t_0 , rispetto al caso dei carichi permanenti applicati allo stesso tempo.

Nel seguito verranno esaminati ambedue i casi separatamente e verranno fornite le corrispondenti storie di sollecitazione e deformazione nel tempo, quando si ha variazione dello schema statico per aggiunta di vincoli posticipati.

3.3.1. Effetti del cambiamento di schema statico sui carichi permanenti

Nel caso di vincoli invariabili nel tempo, la legge che fornisce le sollecitazioni per l'applicazione del carico permanente q , segue il primo teorema, per cui le sollecitazioni rimangono costanti e pari a quelle elastiche iniziali:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} \quad (2.43)$$

essendo $S_0^{el,q}$ la sollecitazione nello schema elastico di riferimento con il carico applicato. La storia delle deformazioni segue invece la funzione di viscosità ed è data dalla relazione:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) \quad (2.44)$$

Se successivamente all'applicazione del carico q lo schema statico viene modificato aggiungendo alla struttura un ulteriore vincolo, o gruppo di vincoli, posticipato al tempo t_1 , per il terzo teorema si ha una ridistribuzione delle sollecitazioni oltre alla modifica dello stato di deformazione. La ridistribuzione viene espressa attraverso i valori della funzione $\xi(t, t_0, t_1)$, per cui la storia della generica sollecitazione diventa una combinazione di sollecitazioni elastiche:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} + (S_1^{el,q} - S_0^{el,q}) \xi(t, t_0, t_1) \quad (2.45)$$

in cui $S_1^{el,q}$ è la sollecitazione nello schema elastico modificato con il vincolo aggiunto e con il carico q applicato.

Per il caso di successive aggiunte di r gruppi di vincoli posticipati, attraverso il principio di sovrapposizione degli effetti si può generalizzare la (2.45):

$$S^q(t) = S_0^{el,q} + \sum_{i=1}^r (S_i^{el,q} - S_{i-1}^{el,q}) \xi(t, t_0, t_i) \quad (2.46)$$

nella quale è sufficiente conoscere le sollecitazioni in tutti gli schemi elastici i -esimi di riferimento (con l' i -esimo vincolo o gruppo di vincoli aggiunto allo schema precedente ed il carico applicato) nonché i valori della funzione di ridistribuzione riferita a tutti i tempi t_i di successiva modifica dello schema statico.

Per quanto riguarda le deformazioni, nel caso di singola aggiunta al tempo t_1 , si ha, per ogni tempo $t > t_1$, l'espressione:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t_1, t_0) + D_1^{el,q} E_c(t_0) [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] \quad (2.47a)$$

equivalente alla

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) + (D_1^{el,q} - D_0^{el,q}) E_c(t_0) [J(t, t_0) - J(t_1, t_0)] \quad (2.47b)$$

Il primo termine della (2.47a) mostra che, con la modifica dello schema statico, il progresso proporzionale delle deformazioni differite a partire dallo schema iniziale si arresta poiché nel punto vincolato non sono più consentiti gli incrementi di deformazione viscosa. Il secondo termine mostra invece che lo stato di deformazione procede, a partire dal tempo t_1 di aggiunta del vincolo, con riferimento allo schema variato.

Per successive modifiche dello schema statico, la (2.47b) può essere generalizzata nella forma:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} E_c(t_0) J(t, t_0) + \sum_{i=1}^r (D_i^{el,q} - D_{i-1}^{el,q}) E_c(t_0) [J(t, t_0) - J(t_i, t_0)] \quad (2.48)$$

Inoltre, introducendo l'espressione approssimata (2.26) del metodo AAEM al posto della funzione di ridistribuzione ed esplicitando la funzione di viscosità $J(t, t_0)$, per la storia delle sollecitazioni (2.45) si ottiene:

$$S^q(t) = S_0^{el,q} + (S_1^{el,q} - S_0^{el,q}) \left(\frac{\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)}{1 + \chi(t, t_1) \varphi(t, t_1)} \right) \frac{E_c(t_1)}{E_c(t_0)} \quad (2.49)$$

con riferimento ad una sola variazione di schema statico al tempo t_1 . Per la storia delle deformazioni (2.47) si ottiene invece:

$$D^q(t) = D_0^{el,q} [1 + \varphi(t_1, t_0)] + D_1^{el,q} [\varphi(t, t_0) - \varphi(t_1, t_0)] \quad (2.50)$$

3.3.2. Effetti del cambiamento di schema statico sulla precompressione

Per quanto riguarda la precompressione, nella parte I di questo studio è stata fornita l'espressione delle cadute di sforzo per effetto della sola viscosità e degli ulteriori fenomeni lenti dovuti al ritiro del calcestruzzo ed al rilassamento dell'acciaio preteso. Considerando il coefficiente maggiorativo α_p che tiene conto di tutti i fenomeni lenti e della contemporanea presenza del momento dovuto al peso proprio ed all'eventuale iperstatica di

precompressione, la relazione che fornisce la storia delle sollecitazioni, nel caso di vincoli invariabili nel tempo, si può scrivere nella forma:

$$S^p(t) = S_0^{el,p} - S_0^{el,p} \alpha_p \left[1 - \frac{R^*(t, t_0)}{E_c(t_0)} \right] \quad (2.51)$$

in cui $S_0^{el,p}$ è la sollecitazione nello schema elastico di riferimento con la precompressione applicata, il secondo termine rappresenta l'effetto delle cadute di tensione dovute ai fenomeni lenti e $R^*(t, t_0)$ è la funzione di rilassamento ridotta (Chiorino, 1986). Il coefficiente $\alpha_p > 1$, introdotto nella (2.51) e costante nel tempo, esprime la maggiorazione delle cadute di sforzo, rispetto a quelle per sola viscosità, dovuta ai contributi di ritiro, rilassamento, peso proprio e momento iperstatico di precompressione. Esso è eguale all'unità ($\alpha_p=1$) solo nel caso in cui si consideri la caduta di sforzo per sola viscosità e l'azione della sola precompressione. La definizione di α_p è:

$$\alpha_p = \left[1 + \left(\frac{M_d}{P_0 \cdot e} + \frac{M_p}{P_0 \cdot e} \right) (k_p - 1) + \frac{\varepsilon_{sh}(\infty)}{\varphi(\infty, t_0)} \frac{E_c A_c}{P_0} + \frac{f'_{re}(\infty)}{\varphi(\infty, t_0) n_0 P_0} \right] \frac{1}{k_p} \quad (2.52)$$

in cui $n_0 = E_p/E_c(t_0)$ è il rapporto tra i moduli elastici dell'acciaio e del calcestruzzo; $\rho_p = A_p/A_c$ è il rapporto tra le aree di acciaio e di calcestruzzo nella sezione; $k_p = 1 + e^2/r_c^2$ è il contributo dovuto all'eccentricità e del cavo rispetto al baricentro della sezione, essendo r_c il raggio d'inerzia della sezione di calcestruzzo; M_d è il momento flettente per peso proprio e carichi permanenti contemporaneamente agenti ed antagonisti alla precompressione; M_p è il momento flettente iperstatico della precompressione (per il caso isostatico $M_p = P_0 \cdot e$); $\varepsilon_{sh}(\infty)$ è la deformazione da ritiro della fibra di calcestruzzo a tempo infinito; $f'_{re}(\infty)$ è la variazione di tensione nell'armatura di precompressione per il rilassamento ridotto, a tempo infinito.

3.4. Effetti dei fenomeni lenti nel tempo sui ponti a cavi

Generalmente nei ponti sostenuti da cavi è necessario tenere in considerazione due aspetti legati ai fenomeni lenti ed in particolare alla viscosità: l'applicazione dei carichi permanenti in una struttura con vincoli elastici (che implica un rilassamento delle tensioni nel calcestruzzo) e la ridistribuzione delle sollecitazioni dovuta all'inserimento di vincoli posticipati durante le fasi costruttive.

Per minimizzare il rilassamento delle tensioni dovuto al primo dei due aspetti sopra indicati è possibile sfruttare un'importante conseguenza del primo teorema della viscoelasticità lineare. Esso riguarda le strutture omogeneamente viscosi che presentano oltre ai vincoli rigidi anche vincoli elastici come, ad esempio, i cavi di sospensione. Se questi ultimi vengono introdotti nel medesimo istante t_0 dei carichi permanenti, o immediatamente dopo, e vengono forzati fino ad ottenere i valori delle reazioni degli equivalenti vincoli rigidi, lo stato tensionale iniziale non risulta influenzato dalla viscosità. Infatti, in questo caso, poiché tutti i punti vincolati sotto l'azione dei carichi permanenti rimangono fissi per $t \geq t_0^+$, in conseguenza del primo teorema della viscoelasticità lineare la distribuzione iniziale delle tensioni non viene modificata dal creep. Questo risultato è utile per ridurre o al limite eliminare gli effetti della viscosità nei ponti sostenuti da cavi, imponendo che le componenti verticali degli sforzi nei cavi siano uguali alle reazioni verticali dei vincoli rigidi equivalenti. In questa maniera il valore finale delle reazioni viene imposto fin dall'inserimento del cavo e non è influenzato dai fenomeni lenti per $t \geq t_0^+$.

Per raggiungere questo obiettivo è necessario imporre le tensioni nei cavi in modo che la configurazione per carichi permanenti sia quella di una trave continua su appoggi rigidi sia nelle fasi di costruzione che a tempo infinito. Per fare ciò bisogna imporre delle pretensioni iniziali (*initial cable forces*) che annullino gli spostamenti nei punti di ancoraggio dei cavi e, successivamente alla chiusura in mezzzeria ed all'applicazione dei carichi permanenti aggiuntivi,

bisogna regolare nuovamente gli stralli per riportarsi sulla configurazione finale di trave continua su appoggi rigidi. Questa seconda operazione di aggiustamento delle tensioni equivale a forzare la struttura verso un valore di ridistribuzione delle tensioni per carichi permanenti pari a $\xi=1$. In tal modo si minimizza l'effetto di rilassamento per vincoli elastici anche a tempo infinito e si fornisce alla struttura lo stato di sollecitazione dello schema finale con vincoli variati. A partire da questo stato di sollecitazione non è più ipotizzabile alcun cambiamento degli sforzi interni dovuto alla viscosità. Successivamente l'applicazione dei carichi mobili non causa variazioni dipendenti dal tempo dello stato di tensione e deformazione. In questo modo è possibile minimizzare gli effetti della viscosità nella struttura ma è necessario effettuare un'analisi evolutiva di tipo *forward*.

Al fine di considerare queste problematiche, è necessario valutare le deformazioni e le tensioni attraverso uno dei modelli di viscosità forniti dalle normative. Tuttavia spesso tali stime portano a soluzioni con valori anche notevolmente differenti. L'approccio proposto, basato sul raggiungimento attraverso opportune regolazione delle tensioni nei cavi della configurazione con vincoli rigidi in ciascuna delle fasi costruttive, consente di ridurre notevolmente il fenomeno della ridistribuzione viscosa. Infatti, non risulta più necessario effettuare valutazioni degli effetti della viscosità nel tempo con le loro relative incertezze. Queste considerazioni sono valide per gli effetti dei fenomeni lenti sulle curvature dovute alla flessione e, quindi, sui conseguenti spostamenti che modificano la configurazione della struttura in termini di profilo geometrico e di sforzo nei cavi. Ciò che non può essere eliminato è l'accorciamento degli elementi strutturali dovuto allo sforzo normale ed agli effetti di ritiro e viscosità sulle deformazioni assiali. Per questa ragione spesso gli impalcati e le torri di ancoraggio dei cavi vengono realizzate più lunghe in modo da compensare l'accorciamento assiale.

In sintesi, nei ponti sostenuti da cavi per raggiungere attraverso una procedura di regolazione dei tiranti il risultato ipotizzato in termini di profilo

geometrico e di stato di sollecitazione, si devono tenere in considerazione gli effetti dei seguenti fenomeni legati ai fenomeni lenti:

- la presenza di vincoli elastici;
- la metodologia costruttiva (getto in situ o elementi prefabbricati) e l'eterogeneità viscosa degli elementi dovuta alle differenti età di maturazione;
- l'eventuale precompressione temporanea nelle fasi costruttive e quella nella configurazione finale di esercizio;
- l'accorciamento assiale dovuto al ritiro ed alla viscosità.

Per quanto riguarda il primo punto risulta che la ridistribuzione viscosa è maggiormente rilevante negli elementi gettati in opera per i quali la giovane età del calcestruzzo induce deformazioni differite maggiori rispetto agli elementi prefabbricati che subiscono generalmente un processo di stoccaggio e maturazione. Inoltre, per tenere in considerazione la non omogeneità viscosa si può effettuare un'analisi del processo costruttivo basata sul metodo AAEM in cui viene considerato un modulo elastico fittizio per ciascun elemento. In alternativa in un'analisi più raffinata con il metodo degli elementi finiti possono essere implementate, per i vari elementi, le differenti funzioni di viscosità. In genere, quando le età di getto non sono molto differenti, si può utilizzare un tempo medio di applicazione dei carichi permanenti e di maturazione del calcestruzzo e di conseguenza del suo modulo elastico. Questa approssimazione è ritenuta sempre accettabile in fase di progettazione preliminare del ponte.

Per ciò che riguarda la precompressione bisogna tenere in considerazione sia quella temporanea, di costruzione, che quella definitiva. La prima ha generalmente un'influenza modesta, anche se i valori degli spostamenti possono variare a causa dell'accorciamento assiale. La configurazione definitiva dei cavi, invece, può influenzare in maniera significativa le deformazioni per cui è necessaria un'attenta valutazione dei momenti flettenti dovuti alla precompressione, dimensionata sulla base dei diagrammi delle massime e minime sollecitazioni dovute ai carichi mobili.

Infine, l'accorciamento assiale può modificare la configurazione del ponte a costruzione ultimata. Per questo può essere conveniente prevedere una forma leggermente più alta di quella desiderata poiché essa sarà compensata da una deformazione viscosa verso il basso. Il valore di questa monta può essere determinato stimando gli effetti del ritiro e della viscosità attraverso uno dei modelli citati.

3.5. Effetti dei fenomeni lenti nel tempo sui ponti ad arco

I principali effetti dei fenomeni lenti nel tempo sulle strutture ad arco sono stati analizzati in base alla teoria della viscoelasticità lineare da Chiorino (2005). Il primo caso riguarda la variazione multipla di schema statico in un arco. È il caso, ad esempio, del viadotto Fiumarella di Morandi. Si tratta di un arco realizzato con tre cerniere provvisorie, due alle imposte ed una in chiave, bloccate in due fasi successive della costruzione. Al tempo $t=t_0$, viene rimossa la centina e la struttura si comporta come un arco a tre cerniere soggetto al peso proprio. Successivamente il bloccaggio delle cerniere attraverso dei getti aggiuntivi, crea continuità nella struttura, introducendo un ulteriore grado di vincolo in ciascuna delle sezioni bloccate. Con l'attivazione di questi vincoli interni, la viscosità influenza lo stato di sollecitazione dell'arco nel tempo che tende a quello di un arco incastrato. In particolare le sollecitazioni variano nel tempo secondo la relazione (2.46). Se la linea d'asse dell'arco coincide con la curva funicolare del peso proprio, la viscosità causa una caduta di spinta dovuta ad un accorciamento assiale ulteriore rispetto a quello elastico. Ciò provoca una modifica della linea d'asse con la conseguente nascita di momenti flettenti parassiti.

Un altro effetto della viscosità sui ponti ad arco riguarda l'applicazione di distorsioni imposte con l'ausilio di martinetti idraulici, secondo il cosiddetto metodo Freyssinet. Tale tecnica è stata più volte utilizzata per sollevare l'arco dalla centina e favorire la rimozione di quest'ultima. In alcuni casi, come ad esempio nel ponte del Terzo Millennio i martinetti sono stati posti nella

sezione di chiave; in alternativa la distorsione può essere applicata nelle sezioni di imposta. Dal punto di vista della viscosità si tratta di un problema da affrontare applicando il secondo teorema della viscoelasticità lineare che come detto riguarda l'applicazione di azioni geometriche imposte. Pertanto, la configurazione deformata indotta attraverso i martinetti si mantiene costante nel tempo, mentre gli effetti tensionali della distorsione applicata nella struttura variano riducendosi con la funzione di rilassamento $R(t, t_0)$. In alcuni casi la presenza dei martinetti nella sezione di chiave determina una condizione di vincolo equivalente ad una cerniera e, con il successivo getto di chiusura, si ha un incremento del grado di vincolo nella sezione. In tal caso si ha la coesistenza di due problemi legati alla viscosità: l'introduzione di una distorsione imposta e la variazione di schema statico. Essi possono essere trattati separatamente con la teoria della viscoelasticità lineare e i loro effetti sommati in virtù del principio di sovrapposizione nel tempo.

In conclusione gli effetti della viscosità nei ponti ad arco a lungo termine possono ridurre i benefici ottenuti attraverso l'applicazione in fase costruttiva di tecniche per migliorare la distribuzione delle tensioni in fase di esercizio, come ad esempio, l'introduzione di cerniere provvisorie o l'impiego di martinetti.

CAPITOLO 3.

I PONTI AD ARCO COSTRUITI PER SBALZI SUCCESSIVI

1. Confronto tra ponti ad arco e ponti strallati

In questa sezione viene riportato lo studio effettuato sulle fasi costruttive dei ponti ad arco realizzati per sbalzi successivi con l'ausilio di tiranti provvisori. L'obiettivo principale delle analisi effettuate è stato quello di determinare una sequenza di tesatura dei cavi tale da permettere di raggiungere, a costruzione ultimata, una configurazione ottimale della struttura sia in termini di deformazioni che in termini di sollecitazioni, tenendo in considerazione le problematiche esposte nel capitolo precedente.

Nello studio delle fasi costruttive dei ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi con l'ausilio di tiranti, emergono, fin da una prima analisi, evidenti somiglianze con i ponti strallati. Infatti, i singoli schemi statici che si susseguono nella sequenza costruttiva dei ponti ad arco realizzati con questa metodologia, si possono considerare sostanzialmente analoghi a quelli di un

ponte strallato costruito con la stessa metodologia, differenziandosi essenzialmente per la forma della linea d'asse (figura 3.1). In entrambi i casi si tratta, infatti, di strutture parziali a sbalzo le cui sezioni, senza l'ausilio dei tiranti, sarebbero soggette a stati di sollecitazione e di deformazione inammissibili. In entrambi i casi, la possibilità di applicare delle pretensioni nei cavi permette di limitare gli spostamenti della struttura nelle varie fasi e di raggiungere a fine costruzione il profilo geometrico desiderato. Contemporaneamente, la regolazione delle tensioni nei cavi consente di intervenire sulle sollecitazioni ed in particolare sul diagramma dei momenti flettenti.

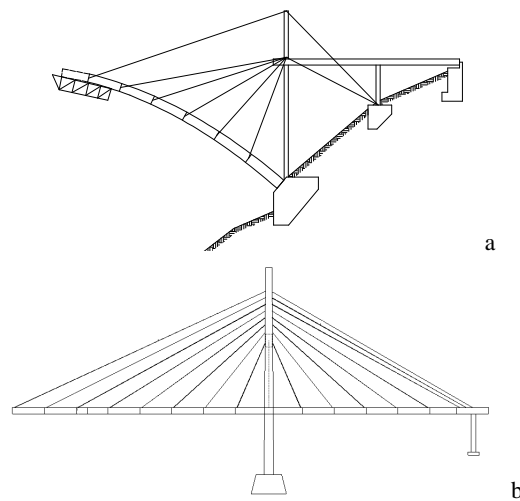


Figura 3.1.- Schemi parziali: a) ponte ad arco; b) ponte strallato.

Ovviamente tra le due tipologie di ponti esistono alcune differenze fondamentali. Innanzitutto, nonostante le analogie sulle configurazioni parziali citate in precedenza, è necessario sottolineare che la stessa condizione non si verifica per ciò che riguarda gli schemi finali delle due tipologie di struttura. Infatti, nei ponti strallati il regime statico finale è prevalentemente flessionale, potendo assimilare la struttura ad una trave continua su più appoggi elastici, la cui rigidezza dipende dalle tensioni finali dei cavi che, ovviamente,

permangono anche nella configurazione di esercizio. Inoltre, il funzionamento statico si mantiene dello stesso tipo sia durante le fasi costruttive che a struttura ultimata.

Viceversa nei ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi con tiranti provvisori, mentre gli schemi statici parziali sono caratterizzati dalla presenza di momenti flettenti considerevoli, nella configurazione finale, a seguito della chiusura in chiave e della rimozione dei cavi, invece, il regime che si instaura è quello tipico dell'arco in cui la sollecitazione prevalente è lo sforzo normale di compressione.

Se si considerano solo i ponti in calcestruzzo, bisogna sottolineare che i ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi ed i ponti strallati, realizzati con la stessa metodologia, presentano un comportamento viscoso differente. Nel capitolo precedente sono stati evidenziati gli effetti dei fenomeni lenti nel tempo sul comportamento dei ponti ad arco sostenuti da cavi ed è stata sottolineata l'influenza che a tal proposito ha il procedimento costruttivo adottato ed in particolare la sequenza di tesatura dei cavi. Ciò ovviamente risulta vero anche per i ponti strallati per i quali, durante la presente ricerca, è stata studiata la possibilità di minimizzare gli effetti della viscosità attraverso un'opportuna sequenza di tesatura dei cavi. Tale procedura, discussa più dettagliatamente nella sezione successiva, prevede che ottenendo, nelle fasi costruttive ed a fine costruzione, una configurazione equivalente a quella di trave continua su appoggi rigidi, attraverso la regolazione delle tensioni degli stralli, si possa ridurre il fenomeno della ridistribuzione viscosa. Infatti, poiché risulta che le componenti verticali degli sforzi negli stralli sono pari alle reazioni degli equivalenti appoggi rigidi, il diagramma dei momenti risulta essere quello di trave continua fin dall'inserimento dei cavi e non si hanno variazioni nel tempo dovute alla ridistribuzione delle tensioni per viscosità.

Nei ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi, invece, lo schema statico della struttura in esercizio differisce completamente da quello che si ha durante le varie fasi costruttive, per cui l'applicazione del primo principio della viscoelasticità lineare con la contemporanea forzatura del vincolo

elastico, non induce gli stessi effetti e non è sufficiente per minimizzare gli effetti della redistribuzione viscosa. Infatti, si passa da un regime di sollecitazioni prevalentemente flessionale durante le fasi a sbalzo, al funzionamento tipicamente assiale dell'arco a seguito della chiusura in chiave. Proprio l'introduzione di questo vincolo interno tra i due semiarchi causa una redistribuzione delle sollecitazioni.

Inoltre, mentre le considerazioni fatte sono valide per la riduzione degli effetti flessionali, non altrettanto si può dire per gli effetti del creep sulle deformazioni assiali, di gran lunga preponderanti nel caso di archi. L'axial shortening, ovvero la deformazione assiale per sforzo normale ed il conseguente incremento dello stato deformativo, è causa nell'arco di una modifica delle sollecitazioni differente da ciò che accade nel ponte strallato, quando si ha la chiusura al centro della campata.

Nonostante le differenze di comportamento viscoso sopra esposte che modificano l'approccio concettuale nell'analisi delle due tipologie di struttura, rimane comune ad entrambe uno degli obiettivi principali che devono essere raggiunti a fine costruzione. Il raggiungimento del profilo geometrico desiderato, infatti, è una condizione che riveste grande importanza per qualsiasi tipo di struttura da ponte. In particolare, per gli archi funicolari, un profilo geometrico difforme da quello di progetto, genera un'eccentricità tra la linea d'asse ed il centro delle pressioni causando la nascita di momenti flettenti parassiti. Ancora di più se questa differenza accade in archi snelli, ove la forma della linea d'asse è importante anche ai fini della stabilità. Per ottenere questo obiettivo è necessario determinare anche per gli archi costruiti per sbalzi successivi un'opportuna sequenza di tesatura dei cavi. Ovviamente gli effetti della viscosità e del ritiro vanno comunque sempre considerati per una corretta valutazione del comportamento della struttura nella sua configurazione di esercizio.

2. Sequenza di tesatura dei cavi nei ponti strallati in calcestruzzo

Come anticipato nel paragrafo precedente, in questa sezione viene presentato uno studio effettuato per la determinazione dei valori di sforzo iniziale da applicare ai cavi di un ponte strallato in calcestruzzo costruito per sbalzi successivi (Arici, Granata, Margiotta e Recupero, 2010). Questo può essere considerato un fondamentale studio preliminare per l'analisi dei ponti ad arco costruiti con lo stesso procedimento.

Nel caso di un ponte strallato, l'obiettivo prefissato dell'analisi è duplice: da un lato si vuole aggiungere a fine costruzione il desiderato profilo geometrico; dall'altro si vogliono minimizzare gli effetti della redistribuzione viscosa sui momenti flettenti d'impalcato. Questo risultato si può ottenere raggiungendo in ciascuna fase costruttiva una configurazione il più possibile vicina a quella di trave continua su appoggi rigidi, tramite la forzatura degli appoggi elastici (ovvero, in questo caso, tramite la pretensione degli stralli). Conseguentemente, per il primo teorema della viscoelasticità lineare, nelle strutture parziali non si dovrebbe verificare alcuna redistribuzione delle tensioni dovuta alla viscosità.

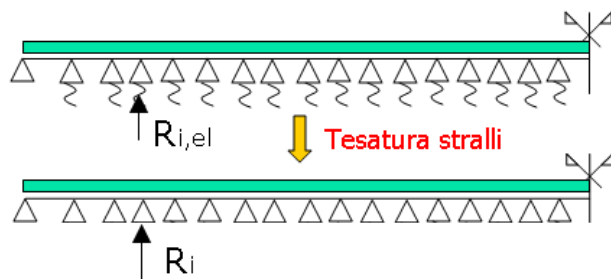


Figura 3.2.- Configurazione di trave continua su appoggi rigidi attraverso la tesatura degli stralli.

Successivamente, una volta ultimata la costruzione, la stessa procedura va effettuata per la configurazione finale, considerando tutti i carichi permanenti,

la precompressione definitiva e l'accorciamento assiale dovuto alla viscosità ed al ritiro. In questo modo, prima dell'applicazione dei carichi mobili, attraverso la regolazione degli stralli si può raggiungere la configurazione finale, equivalente ad una trave continua su appoggi rigidi (figura 3.2). Per ottenere il duplice obiettivo fissato, è stata proposta una procedura di regolazione dei cavi in due fasi:

- in ciascuna fase vengono regolati due stralli: l'ultimo posto in opera ed il precedente, applicando una pretensione tale da ottenere uno sforzo con componente verticale pari al corrispondente vincolo rigido (figura 3.3 a);
- nella configurazione finale, quando la struttura è stata completata, tutti i cavi vengono ritesati e regolati per ottenere la configurazione finale considerando tutti i carichi permanenti, la precompressione e l'effetto della viscosità e del ritiro sull'accorciamento assiale (figura 3.3 b).

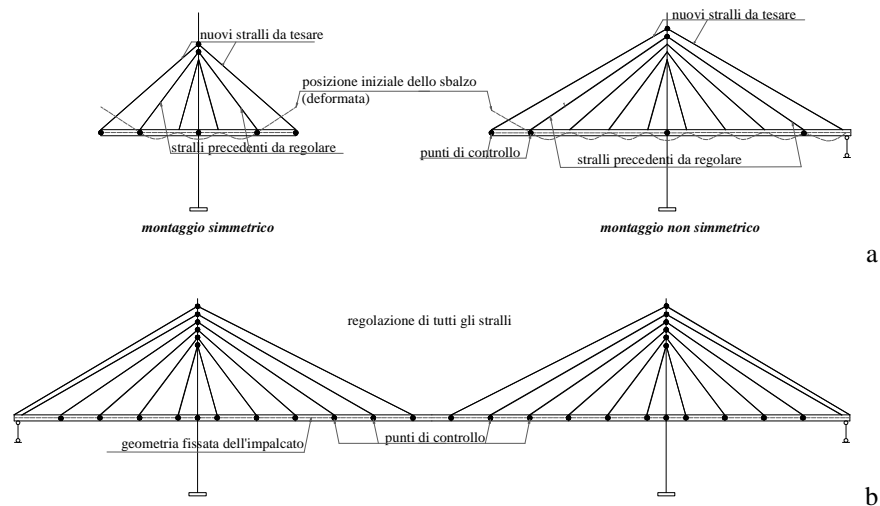


Figura 3.3.- a) Sequenza di tesatura durante la costruzione. b) Regolazione finale degli stralli

Alla fine di questa procedura la deformata e il diagramma dei momenti sull'impalcato sono molto prossimi a quelli di una trave continua su appoggi rigidi e di conseguenza i valori finali degli sforzi nei cavi sono determinati. L'analisi della sequenza costruttiva che viene realizzata è soltanto di tipo forward. Il metodo proposto non prevede nessuna analisi *backward*, neanche per la determinazione delle pretensioni da fornire al nuovo strallo installato e del valore della regolazione del cavo precedente. I valori delle presollecitazioni da applicare agli stralli nelle varie fasi sono determinati a partire dai singoli schemi elastici parziali che si susseguono nella sequenza costruttiva (figura 3.4). A questo scopo si utilizza la matrice di influenza, assumendo un comportamento lineare per gli stralli attraverso il modulo di Ernst per ciascun passo della procedura non lineare iterativa. Si è verificato comunque che assumendo per i cavi un comportamento lineare non si commette un errore significativo dato che lo sforzo di trazione cui sono soggetti li irrigidisce (*tension stiffening*), riducendo l'effetto catenaria, vista anche la contenuta lunghezza degli stralli nei ponti in calcestruzzo. Le azioni applicate in questi modelli parziali sono il peso proprio dei nuovi elementi posti in opera, le pretensioni dei cavi da regolare ed eventuali carichi dovuti all'attrezzatura di costruzione.

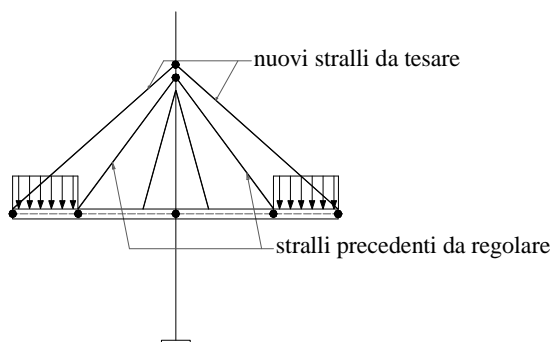


Figura 3.4.- Schema elastico parziale di una fase costruttiva

Considerando come variabili incognite dirette le deformazioni imposte dei cavi, le pretensioni possono essere valutate come variabili indirette. Il numero massimo delle incognite deve ovviamente essere uguale al numero degli stralli. Dal punto di vista matematico per ottenere un problema ben condizionato, è necessario considerare il minor numero possibile di punti di controllo cui assegnare un fissato valore di spostamento. Nel caso di un ponte strallato può essere consigliabile scegliere come parametri di controllo gli spostamenti verticali dei punti di ancoraggio dei cavi all'impalcato e gli spostamenti orizzontali della torre. Considerando un ponte con n stralli ed m spostamenti dei punti di controllo, la matrice di influenza \mathbf{D} si ottiene valutando lo spostamento δ_{ij} del j -esimo punto di controllo ($j \leq m$) dovuto ad una pretensione unitaria applicata all' i -esimo cavo ($i \leq n$). Considerando poi il vettore \mathbf{d} , di dimensione m , degli spostamenti dei punti di controllo del profilo geometrico e il vettore \mathbf{e} , di dimensione n , delle deformazioni imposte, si può scrivere:

$$\mathbf{d} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{d}^* \quad (3.1)$$

in cui \mathbf{d}^* è il vettore degli spostamenti causati dai carichi applicati nella fase considerata, valutati nei punti di controllo (Recupero, 2004). Poiché generalmente m ed n non sono uguali, la matrice \mathbf{D} non è quadrata. Pertanto per ottenere il vettore \mathbf{e} delle distorsioni, imponendo che il vettore \mathbf{d} sia nullo (*zero displacement method*), si deve utilizzare la seguente relazione:

$$\mathbf{D}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{D}^T \cdot \mathbf{d}^* = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

in cui la matrice $\mathbf{K}_p = \mathbf{D}^T \cdot \mathbf{D}$ è quadrata ed invertibile.

In questo modo si può ottenere in ciascuna fase costruttiva una configurazione prossima a quella su appoggi rigidi, minimizzando, in virtù di quanto stabilito dal primo principio della viscoelasticità lineare, la redistribuzione delle tensioni indotta in ogni struttura parziale dalla viscosità.

Le pretensioni così determinate devono poi essere inserite in un modello evolutivo della sequenza costruttiva, in modo da verificare attraverso

un'analisi forward il comportamento della struttura nelle varie fasi di costruzione ed in esercizio.

2.1. Applicazione numerica

Si consideri un modello di un ponte strallato in calcestruzzo a tre campate, parzialmente ancorato a terra. Le caratteristiche geometriche principali sono illustrate nella figura 3.5. La campata principale del ponte ha una luce di 210 m, mentre le campate laterali di compenso si sviluppano per 60 m ciascuna. La disposizione geometrica degli stralli è di tipo misto (ad arpa ed a ventaglio) e prevede due piani verticali simmetrici di cavi ancorati alle estremità di un cassone multicellulare largo 20 m ed alto 2.10 m.

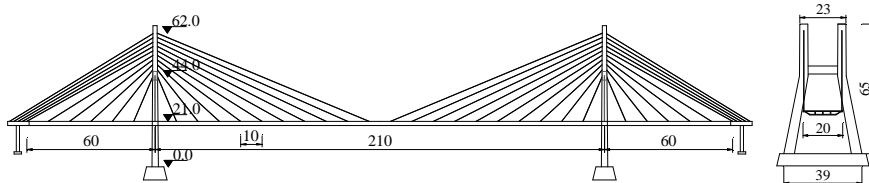


Figura 3.5.- Geometria del ponte strallato in studio.

L'interasse tra i punti di ancoraggio degli stralli è pari a 10 m sull'impalcato, mentre sulla torre si ha una spaziatura di 2 m. La torre è costituita da due elementi verticali connessi da un traverso rigido in calcestruzzo. La resistenza a compressione del calcestruzzo è $f_{ck} = 50$ MPa. In corrispondenza di ciascuna torre, una coppia di stralli verticali è ancorata all'impalcato per evitare la presenza di vincoli rigidi in prossimità delle torri stesse. L'impalcato è soggetto al suo peso proprio, valutato pari a $q_d = 345$ kN/m, ed al carico permanente aggiuntivo, complessivamente pari a $q_s = 60$ kN/m. La sezione trasversale dell'impalcato ha le seguenti caratteristiche geometriche: area $A = 13.76$ m², momento d'inerzia $J = 8.482$ m⁴, posizione del baricentro $y_G = 0.877$ m (dal bordo superiore). La sezione d'acciaio equivalente di tutti gli stralli ha un diametro pari $\phi_p = 0.125$ m, ad eccezione

degli stralli ancorati a terra che hanno un diametro maggiore pari a $\phi_b = 0.18$ m. Infine, la torre presenta una sezione trasversale media con area pari a $A_p = 10.50 \text{ m}^2$ e momento d'inerzia $J_p = 10.80 \text{ m}^4$. Il profilo geometrico longitudinale dell'impalcato è parabolico con una monta massima in mezzeria di 1.60 m rispetto all'accesso del ponte.

Il ponte è costruito per sbalzi successivi simmetrici fino al completamento delle campate laterali. Nelle fasi successive gli stralli posteriori sono ancorati ad una pila flessibile che consente gli spostamenti longitudinali della struttura (figura 3.6).

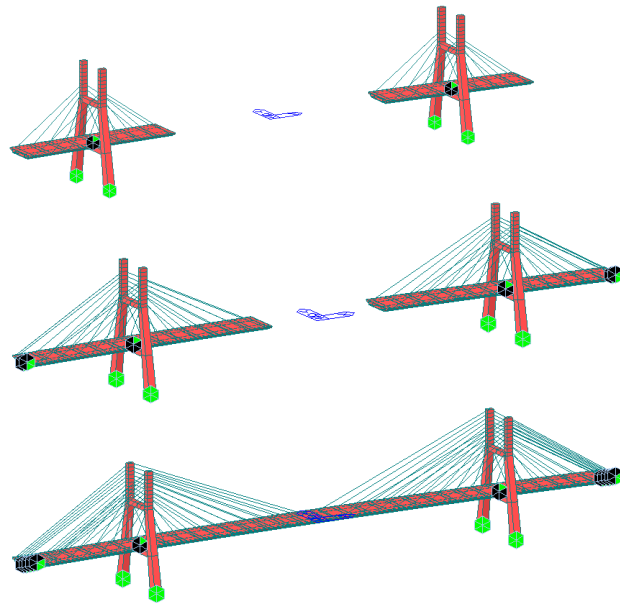


Figura 3.6.- Sequenza costruttiva del ponte: sbalzi successivi simmetrici, fase asimmetrica con parziale ancoraggio a terra e configurazione finale.

La viscosità è stata implementata nell'analisi agli elementi finiti con il modello CEB MC90 che fornisce valori più elevati del coefficiente di viscosità rispetto al modello ACI 209 (CEB MC90: $\phi(10000, 7) = 1.77$; ACI 209: $\phi(10000, 7) = 0.86$). I parametri utilizzati sono i seguenti:

- umidità relativa: $RH=70\%$;
- altezza nominale dell'impalcato: $2A_c/u = 600 \text{ mm}$ (A_c/u è il rapporto tra la sezione dell'elemento ed il suo perimetro a contatto con l'atmosfera);
- altezza nominale per le torri: $2A_c/u = 1800 \text{ mm}$;
- tipo di cemento: indurimento normale.

L'analisi del processo costruttivo è stata effettuata seguendo la seguente cronologia:

- maturazione delle torri: 28 giorni, durata totale 28 gg.;
- costruzione per sbalzi successivi simmetrici: 14 gg. per ciascuna fase, durata totale 98 gg.;
- costruzione per sbalzi successivi asimmetrici: 7 gg. per ciascuna fase, durata totale 133 gg.;
- chiusura in mezzzeria: 14 gg., durata totale 147 gg.;
- valutazioni a tempo infinito: 10000 gg.

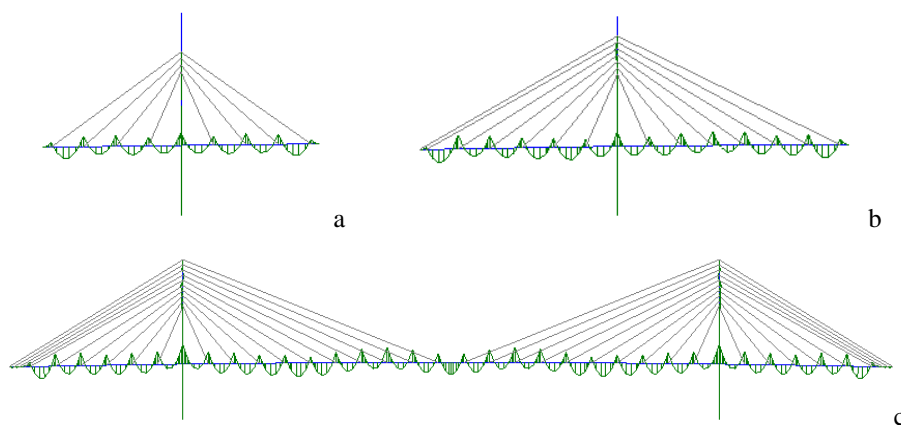


Figura 3.7.- Diagramma dei momenti flettenti: a) fase simmetrica; b) fase asimmetrica; c) configurazione finale.

La figura 3.7 mostra il diagramma dei momenti flettenti del ponte in due differenti fasi costruttive e nella configurazione finale, ottenuto applicando la

procedura di tesatura degli stralli proposta. Risulta evidente come tale diagramma approssimi molto bene quello della corrispondente trave continua su appoggi rigidi sia nelle fasi intermedie che a costruzione ultimata dopo la regolazione finale di tutti i cavi.

In figura 3.8, invece, è riportato un confronto, sempre in termini di diagramma dei momenti flettenti finale ($t = 10000$ giorni), tra tre differenti approcci per la determinazione della sequenza di tesatura degli stralli. Il primo approccio (figura 3.8 a) prevede una classica analisi *backward* per la determinazione degli sforzi iniziali, basata sulla configurazione geometrica finale sotto l'azione dei carichi permanenti, ed una successiva analisi in avanzamento in cui tali pretensioni sono applicate.

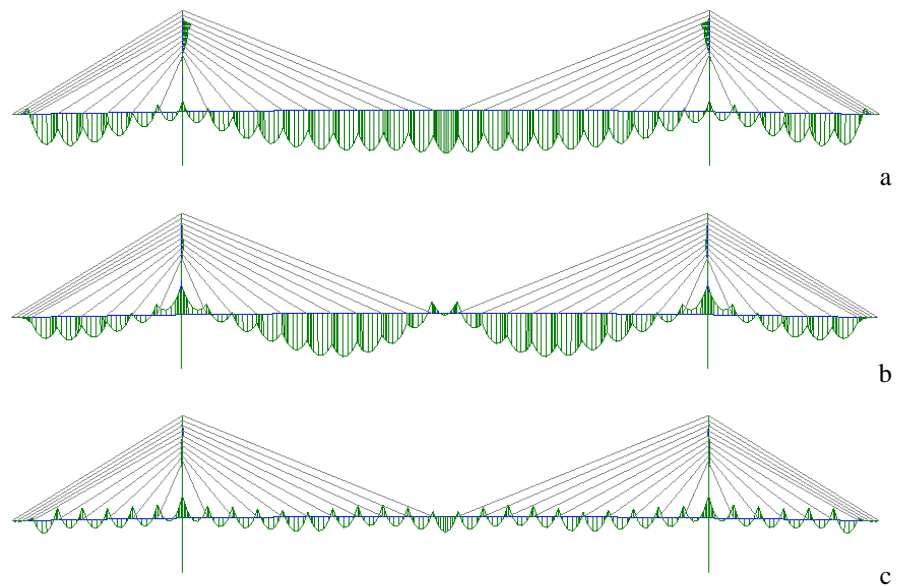


Figura 3.8.- Confronto del diagramma dei momenti flettenti finale ($t = 10000$ giorni):
a) analisi *backward*; b) tesatura in un'unica fase; c) tesatura in due fasi.

Nel secondo caso (figura 3.8 b), invece, è stata effettuata direttamente un'analisi *forward* implementando una sequenza di tesatura con un'unica regolazione dei cavi. Il valore di pretensione da applicare al nuovo strallo

istallato è stato determinato con il metodo delle matrici di influenza esposto in precedenza.

Infine, il terzo approccio (figura 3.8 c) è quello proposto con la sequenza di tesatura in due fasi e la regolazione finale di tutti i cavi. Nella tabella 3.1 sono riportati i valori dei massimi momenti flettenti positivi a fine costruzione ed a tempo infinito.

Fase costruttiva	1° approccio	2° approccio	3° approccio
11 (carichi permanenti)	13390	17140	2770
12 ($t = 10000$ giorni)	10160	13150	4360

Tabella 3.1: Massimi momenti flettenti positivi sull'impalcato [kNm]

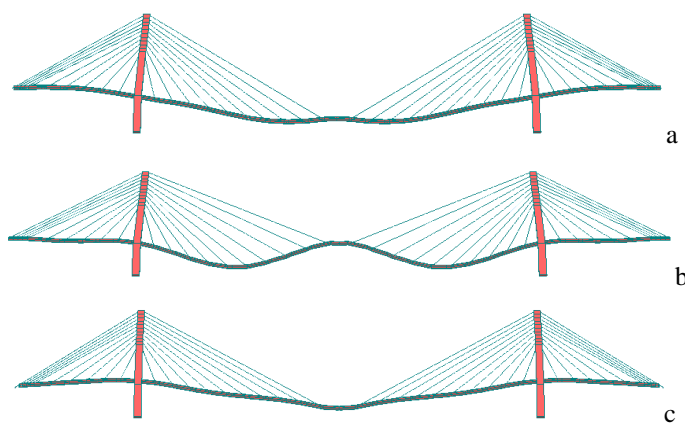


Figura 3.9.- Confronto della deformata finale ($t = 10000$ giorni): a) analisi *backward*; b) tesatura in un'unica fase; c) tesatura in due fasi.

Lo stesso confronto è riportato in figura 3.9 in termini di configurazione deformata, sempre considerando gli effetti della viscosità a $t = 10000$ giorni. Si può notare come il massimo spostamento verticale si registra in mezzzeria solo quando è applicata la procedura di tesatura proposta mentre negli altri casi si ha in una sezione intermedia.

Fase costruttiva	1° approccio		2° approccio		3° approccio	
	totale	viscosità	totale	viscosità	totale	viscosità
10 (fine costruzione)	3.54	0.74	3.00	0.72	2.21	1.32
11 (carichi permanenti)	4.41	1.04	3.20	0.98	2.41	1.62
12 ($t = 10000$ giorni)	6.70	3.34	5.15	3.15	4.72	3.94

Tabella 3.2: Massimi spostamenti verticali dell'impalcato [cm]

Nella tabella 3.2 è riportato il confronto tra i massimi valori di spostamento verticale, valutati a tempo infinito secondo il modello CEB per i tre approcci considerati.

3. Sequenza di tesatura dei cavi nei ponti ad arco in calcestruzzo costruiti per sbalzi successivi.

Come già anticipato nel primo paragrafo di questa sezione, la sequenza di tesatura dei cavi per un ponte ad arco costruito per sbalzi successivi con l'ausilio di tiranti non può essere determinata seguendo lo stesso approccio adottato per i ponti strallati che mira alla minimizzazione della ridistribuzione viscosa. In questo tipo di ponti ad arco ciò è dovuto al fatto che il regime statico in esercizio è completamente differente rispetto a quello che si ha nelle varie fasi costruttive.

La procedura proposta ed applicata con successo per i ponti strallati, comunque, mira anche al raggiungimento del profilo geometrico desiderato. Tale obiettivo rimane valido anche per i ponti ad arco ed è raggiungibile attraverso la medesima sequenza di tesatura. Ancora una volta è necessario determinare lo sforzo di trazione da applicare ai cavi quando vengono messi in opera. Analogamente a quanto fatto per i ponti strallati si può procedere analizzando i singoli schemi elastici delle configurazioni intermedie ed applicando il metodo dello *zero displacement* allo schema elastico parziale. Per ogni schema allora, scelti i punti di controllo nei quali imporre la

condizione di nullo in termini di spostamento, si deve valutare la matrice di influenza della struttura, i cui coefficienti rappresentano lo spostamento nella direzione fissata per effetto di una pretensione unitaria applicata singolarmente a ciascuno dei cavi. Nel caso dei ponti strallati, dato il profilo pressoché orizzontale della struttura, le pretensioni sono state determinate imponendo lo spostamento nullo, in direzione verticale dei punti di ancoraggio degli stralli all'impalcato ed in direzione orizzontale per quanto riguarda la torre.

Anche se il profilo dell'arco è curvilineo, gli spostamenti nei punti di ancoraggio dei cavi provvisori possono essere valutati in direzione verticale. Teoricamente tali spostamenti andrebbero valutati nella direzione ortogonale a quella dell'elemento su cui si ancora il tirante. Considerando però che l'angolo α compreso tra la direzione ortogonale alla linea d'asse dell'arco nel punto di ancoraggio e la verticale è geometricamente fissato e sicuramente diverso dall'angolo retto, non si commette alcun errore significativo se si valutano gli spostamenti verticali dei punti di controllo. Infatti, poiché $\alpha \neq 90^\circ$, se lo spostamento verticale u_v

$$u_v = u \cos \alpha \quad (3.3)$$

è pari a zero, si annulla anche lo spostamento u valutato in direzione ortogonale all'asse dell'arco. Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, piccole differenze possono essere dovute alle deformazioni elastiche degli elementi, ma queste possono essere trascurate.

Per quel che riguarda la torre provvisoria, invece, si continua a considerare lo spostamento orizzontale del punto di ancoraggio dei cavi, analogamente a quanto fatto per i ponti strallati.

Negli schemi elastici parziali le azioni che vanno considerate sono il peso proprio del nuovo segmento di arco, i carichi dovuti all'attrezzatura da costruzione e le pretensioni unitarie applicate nell'ultimo cavo posto in opera e su quello immediatamente precedente (figura 3.10).

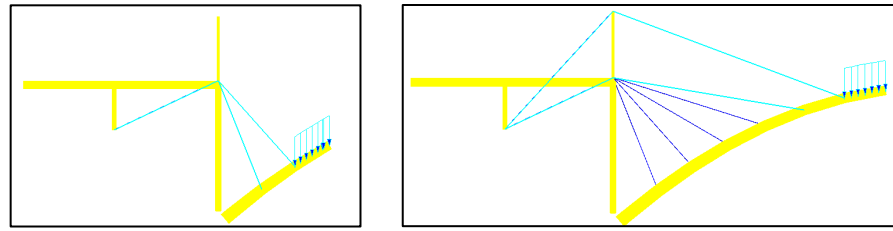


Figura 3.10.- Schemi statici parziali di un ponte ad arco costruito per sbalzi successivi.

Allora valutato il vettore \mathbf{d} degli spostamenti dei punti di controllo, dovuti ai carichi applicati nello schema parziale, e determinata la matrice di influenza \mathbf{D} , attraverso la relazione (3.2) si possono ricavare le pretensioni iniziali da applicare ai nuovi cavi e gli aggiustamenti dei tiranti precedentemente posti in opera.

Nel caso di ponti strallati si è visto che un'altra possibilità per determinare gli sforzi iniziali dei cavi consiste nell'effettuare preliminarmente un'analisi evolutiva a ritroso (*backward*). E' il caso del primo approccio visto nel paragrafo precedente per il confronto delle metodologie di tesatura dei ponti strallati. Nelle analisi effettuate per i ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi, si è verificato che questa procedura non è sempre applicabile. In alcuni casi, infatti, con questa metodologia sono risultati dei valori negativi delle pretensioni da applicare ai tiranti al momento della loro installazione (figura 3.11).

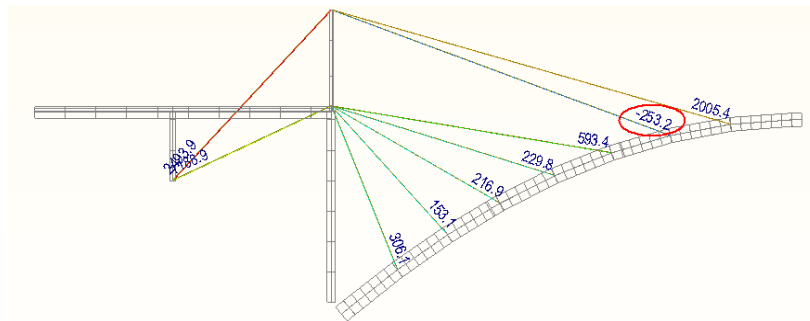


Figura 3.11.- Analisi backward: pretensioni negative inammissibili.

I valori di pretensione negativi non sono ovviamente accettabili in quanto risultano incompatibili con il funzionamento a trazione dei cavi. Pertanto, l'analisi *backward* non risulta essere un metodo valido per la determinazione degli sforzi iniziali da applicare ai cavi.

È opportuno sottolineare che, pur non essendo accettabili dei valori negativi delle pretensioni iniziali, possono risultare dei valori negativi per quel che concerne gli aggiustamenti delle tensioni dei cavi precedentemente installati. Queste variazioni negative degli sforzi nei tiranti corrispondono ad un parziale rilascio del cavo e sono ammissibili a condizione che le tensioni risultanti si mantengano maggiori di zero (trazione) e preferibilmente al di sopra di un'accettabile tensione di lavoro. Tale circostanza, che generalmente non si verifica nei ponti strallati, invece, non è inusuale nei ponti ad arco costruiti per sbalzi successivi a causa della sagoma curvilinea della struttura. In alcuni casi infatti, nelle sequenze costruttive degli ultimi conci del ponte ad arco, è necessario rilasciare del tutto alcuni tiranti provvisori che si scaricano per effetto dell'evoluzione geometrica e della messa in tensione dei nuovi tiranti (Missbauer, 1981).

Un'ultima considerazione va fatta sulla regolazione finale dei cavi che come abbiamo visto riveste una notevole importanza nei ponti strallati per ottenere un diagramma dei momenti flettenti prossimo a quello di una trave continua su appoggi rigidi. Nel caso di un ponte ad arco, non essendoci questa necessità in termini di momenti flettenti, se il profilo geometrico si discosta poco da quello di progetto, si può evitare di intervenire nuovamente sui cavi. È opportuno ricordare, infatti, che le operazioni di tesatura dei cavi sono sempre molto delicate ed economicamente onerose.

3.1. Applicazione numerica

Per verificare la validità della procedura proposta, la sequenza di tesatura dei cavi è stata applicata su un modello di ponte ad arco in calcestruzzo a via superiore realizzato per sbalzi successivi. Le caratteristiche geometriche

principali sono illustrate nella figura 3.12. Il modello ipotizzato prevede due archi a profilo parabolico con freccia pari a 19.20 m e luce 90 m, con un rapporto $f/l = 0.213$ lontano, quindi, dai valori tipici degli archi ribassati. Gli archi sono disposti su due piani paralleli ad una distanza di 3.20 m l'uno dall'altro e sono connessi da alcuni traversi in corrispondenza dei ritti. Entrambi hanno una sezione rettangolare con una base costante pari ad 1 m ed un'altezza variabile da 1.80 m, alle imposte, a 1.30 m in chiave.

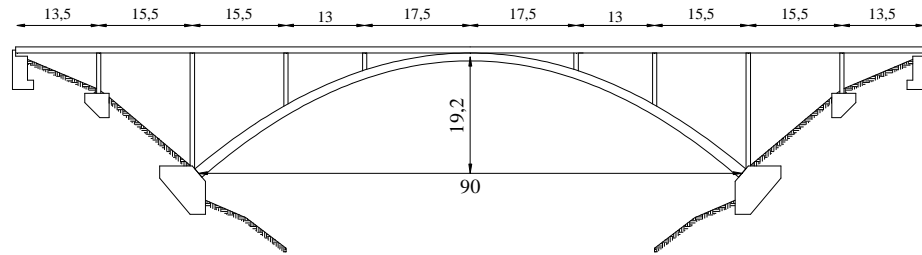


Figura 3.12.- Geometria del ponte ad arco in studio.

L'implacato, anch'esso in calcestruzzo, è largo 7 m ed è suddiviso in dieci campate di lunghezza variabile da 13 m a 17.5 m. Sei delle dieci campate si trovano al di sopra dell'arco mentre due campate per ciascun lato costituiscono l'accesso al vero e proprio ponte ad arco.

La costruzione dei due semiarchi simmetrici per sbalzi successivi (figura 3.13) inizia dopo che sono state ultimate le campate di accesso. La realizzazione del solo arco consta di nove fasi, dal getto del primo concio fino alla rimozione dei tiranti provvisori. Gli otto conci realizzati a sbalzo sono sostenuti da sette coppie cavi ciascuno con diametro d'acciaio equivalente pari a $\phi_1 = 0.0298$ m per le prime tre coppie e pari a $\phi_2 = 0.0353$ m per le successive quattro. I cavi sono ancorati ad una torre metallica e bilanciati da due coppie di tiranti di ancoraggio con diametro equivalente pari a $\phi_3 = 0.0462$ m. La sezione trasversale di ciascun arco ha le seguenti caratteristiche geometriche: alle imposte l'area è $A = 1.80 \text{ m}^2$ ed il momento d'inerzia è $J = 0.486 \text{ m}^4$; in chiave, invece, si ha $A = 1.30 \text{ m}^2$ e $J = 0.183 \text{ m}^4$.

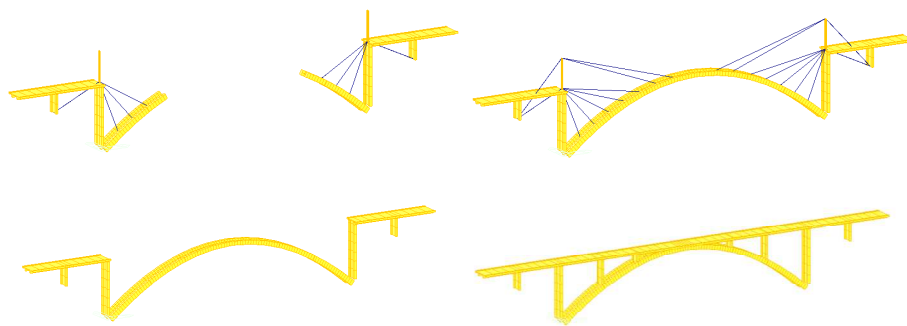


Figura 3.13.- Sequenza della realizzazione per sbalzi successivi con l'ausilio di tiranti provvisori del ponte ad arco.

I conci hanno una lunghezza di 6 m ciascuno e sono gettati in opera con l'ausilio di un carro di avanzamento che esercita un'azione distribuita sul tratto a sbalzo pari a $q_c = 20$ kN/m. Le operazioni di una generica fase di realizzazione di un tratto a sbalzo possono essere così distinte:

- posa in opera del tirante ancorato all'estremo dell'ultimo concio realizzato;
- posizionamento del carro di avanzamento, posa delle armature e getto del calcestruzzo;
- tesatura del cavo posto in opera, regolazione del cavo precedente e del tirante posteriore, dopo un periodo di maturazione del getto.

Una volta realizzati i due semiarchi simmetrici, con l'ausilio del carro mobile viene effettuato il getto del concio di chiave di lunghezza pari a 2 m. L'ultima operazione per il completamento dell'arco è la rimozione dei tiranti provvisori. Successivamente vengono realizzati i pilastri e l'impalcato che poggia su di essi.

L'arco, l'impalcato, le pile ed i pilastri sono tutti elementi in calcestruzzo, la cui resistenza a compressione è $f_{ck} = 40$ MPa (C40/50). I tiranti provvisori, invece, sono in acciaio armonico con resistenza caratteristica a trazione pari a $f_{ptk} = 1860$ MPa.

I parametri utilizzati per implementare i fenomeni lenti nel tempo con il modello CEB MC90 sono i seguenti:

- umidità relativa: $RH=70\%$;
- altezza nominale dell'arco: $h = 2A_c/u = 300 \text{ mm}$;
- tipo di cemento: indurimento normale.

Con questi parametri il coefficiente di creep, valutato secondo il modello scelto, risulta pari a $\phi(10000, 7) = 1.88$.

L'analisi del processo costruttivo è stata effettuata seguendo la seguente cronologia:

- costruzione delle campate d'accesso: 45 giorni, durata totale 45 gg.;
- costruzione per sbalzi successivi dei due semiarchi simmetrici: 7 gg. per ciascuna fase (in totale sono otto fasi), durata totale 101 gg.;
- chiusura in chiave dell'arco: 7 gg., durata totale 108 gg.;
- rimozione delle strutture provvisorie di costruzione (tiranti, torri, etc.): 7 gg., durata totale 115 gg.;
- realizzazione dei pilastri e dell'impalcato sopra l'arco: 65gg., durata totale 180 gg.;
- valutazioni a tempo infinito: 10000 gg.

La simmetria del ponte rispetto al piano passante per il suo asse longitudinale, consente di effettuare le analisi dei singoli schemi elastici parziali e dell'intero processo costruttivo con un modello agli elementi finiti piano, utilizzando per i due archi e per le coppie di tiranti che si trovano sui due piani paralleli, un unico elemento con caratteristiche equivalenti alla corrispondente coppia.

La figura 3.14 mostra la configurazione deformata dell'arco in una fase costruttiva a sbalzo (fig. 3.14 a), subito prima del getto di chiusura in chiave (fig. 3.14 b) e dopo la rimozione dei tiranti provvisori (fig. 3.14 c), ottenute dall'analisi forward dell'intero processo costruttivo in cui sono state applicate le pretensioni iniziali calcolate con il metodo proposto. Si nota come nelle varie fasi la sagoma ha un'ottima corrispondenza con il profilo geometrico di progetto.

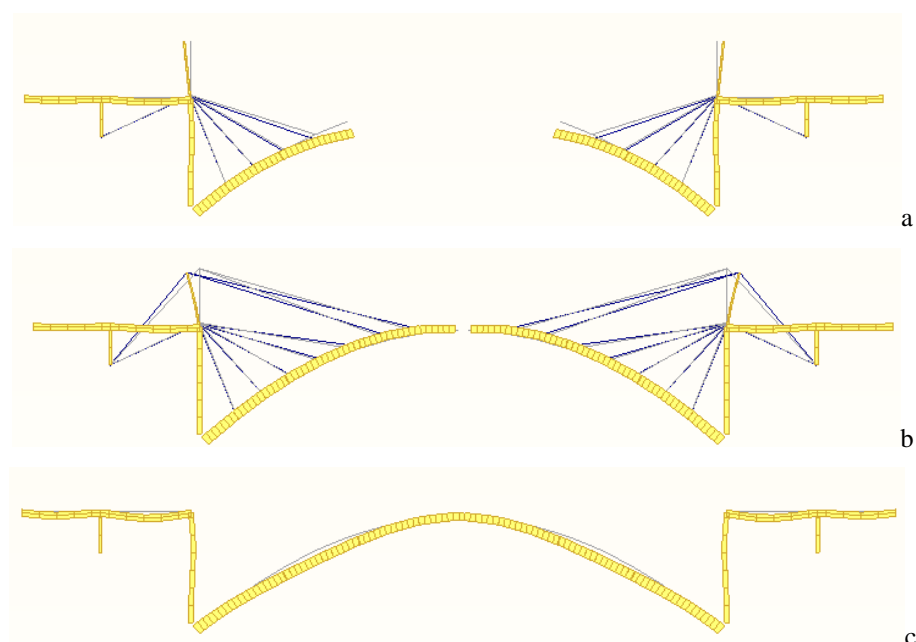


Figura 3.14.- Configurazione deformata dell'arco.

La procedura di tesatura dei cavi proposta è stata confrontata con una sequenza che prevede la regolazione di tutti i cavi installati in ciascuna fase costruttiva, utilizzata nella realizzazione di alcuni ponti di questa tipologia. Nella tabella 3.3 sono riportati i valori dei massimi spostamenti verticali registrati nella fase precedente alla chiusura dell'arco, dopo il getto del coniglio di chiave e dopo la rimozione dei tiranti provvisori.

Fase costruttiva	Procedura proposta		2 ^a procedura	
	Totale	Viscosità	Totale	Viscosità
08 (ultima fase a sbalzo)	-0.0052	-0.007	-0.030	-0.011
09 (chiusura in chiave)	-0.0109	-0.0088	-0.0132	-0.0094
10 (rimozione tiranti)	-0.0095	-0.0041	-0.0096	-0.0050

Tabella 3.3: Massimi spostamenti verticali dell'arco [m]

I valori riportati nella tabella 3.3 mostrano che attraverso le due procedure si ottengono a fine costruzione gli stessi abbassamenti massimi e che, quindi, risulta conveniente utilizzare la sequenza di tesatura proposta, che ha un minore numero di regolazioni dei cavi. Inoltre, si nota che gli effetti della viscosità influiscono al 50% sullo spostamento finale totale (fase 10). Nella figura 3.15 è mostrato anche il confronto tra le configurazioni deformate dell'arco, ottenute con le due metodologie.

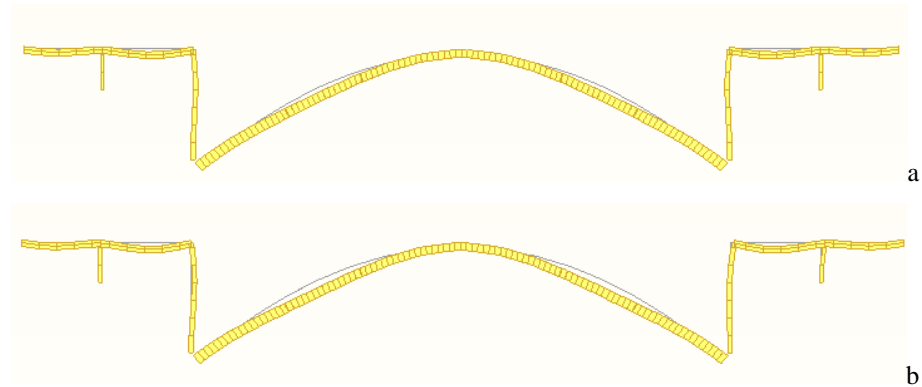


Figura 3.15.- Configurazione deformata dell'arco completato: a) regolazione in due fasi; b) regolazione di tutti i cavi.

Gli spostamenti massimi dell'arco sono stati valutati anche a fine costruzione ed a tempo infinito. Subito dopo la realizzazione dell'impalcato sopra l'arco si registra uno spostamento massimo dell'arco pari a circa 0.019 m, mentre per $t = 10000$ giorni, cioè quando l'evoluzione degli effetti della viscosità può considerarsi esaurita, il valore aumenta fino a 0.042 m. Tali spostamenti risultano in definitiva accettabili anche in relazione alle dimensioni complessive della struttura.

La figura 3.16, invece, mostra il diagramma dei momenti flettenti sul ponte ad arco nella fase immediatamente precedente al getto di chiusura in chiave. Il massimo valore di momento flettente negativo sull'arco si registra nella sezione in corrispondenza dell'ancoraggio dell'ultimo tirante provvisorio con un valore pari a $M_y = -1484$ kNm che risulta assolutamente sopportabile dalla

sezione dell'arco. I valori di momento flettente determinati nell'analisi della sequenza costruttiva con la regolazione di tutti i cavi sono risultati molto prossimi (coincidenti in alcuni casi) a quelli ricavati con la procedura proposta, evidenziando soltanto un leggero incremento del valore della sollecitazione all'imposta.

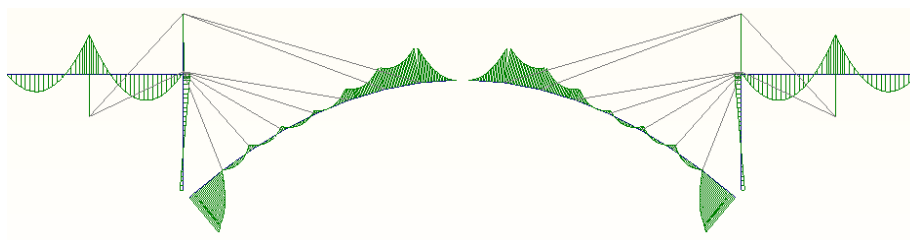


Figura 3.16.- Diagramma dei momenti flettenti nell'ultima fase a sbalzo.

I diagrammi dei momenti flettenti che si ottengono dalle analisi delle due procedure (figura 3.17), mostrano un andamento analogo con valori molto prossimi registrati nei due casi.

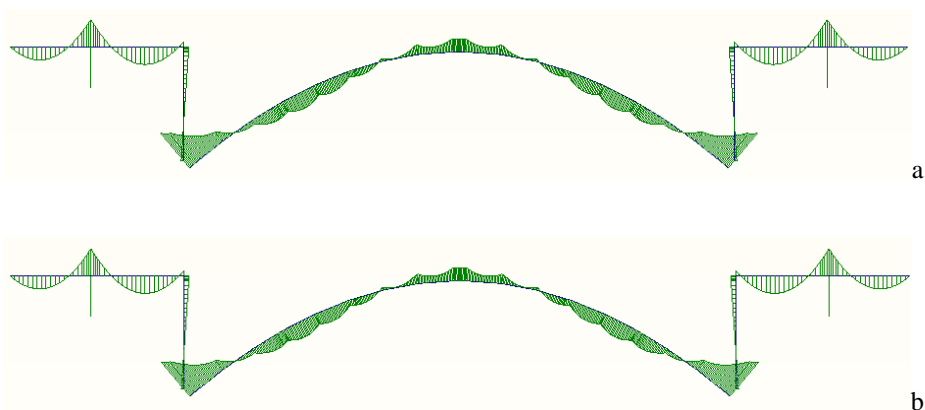


Figura 3.17.- Diagramma dei momenti flettenti dell'arco dopo la rimozione dei cavi:
a) regolazione in due fasi; b) regolazione di tutti i cavi.

Le stesse analogie riscontrate per il momento flettente si ritrovano confrontando i diagrammi dello sforzo normale sull'arco nelle varie fasi costruttive. Infatti, l'arco risulta soggetto ad uno sforzo normale di compressione durante tutte le fasi costruttive a sbalzo, relativamente alle quali il massimo si registra nella sezione d'imposta immediatamente prima della chiusura. Nell'analisi effettuata con la procedura proposta tale valore è pari ad $N = -3778$ kN, implementando la procedura con la regolazione di tutti i cavi si ha invece uno sforzo normale pari a $N = -3807$ kN. Nella figura 3.18 sono riportati i diagrammi dello sforzo normale per entrambe le sequenze di tesatura analizzate.

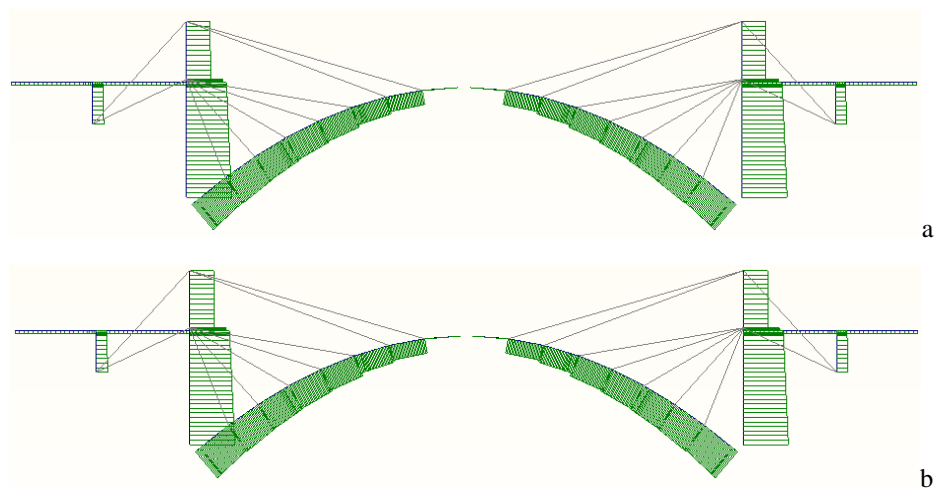


Figura 3.18.- Diagramma degli sforzi normali nell'arco prima della chiusura in chiave:
a) regolazione in due fasi; b) regolazione di tutti i cavi.

Ovviamente dopo il getto di chiusura in chiave e la rimozione dei tiranti provvisori il regime statico di compressione diventa quello prevalente ed i valori dello sforzo di compressione aumentano, risultando praticamente coincidenti per le due sequenze costruttive implementate (figura 3.19). In particolare il valore alle imposte in entrambi i casi risulta pari ad $N = -5248$ kN, quello valutato in chiave, invece, è pari a $N = -3769$ kN.

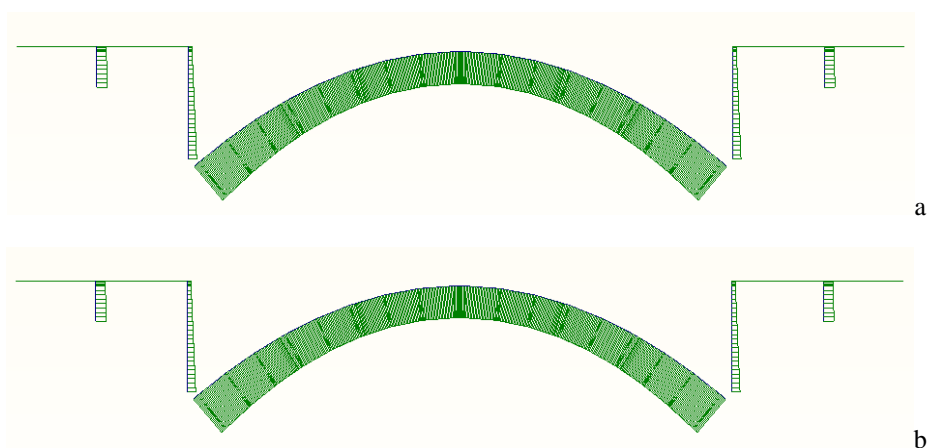


Figura 3.19.- Diagramma degli sforzi normali nell'arco dopo la rimozione dei cavi: a) regolazione in due fasi; b) regolazione di tutti i cavi.

Per quanto riguarda i tiranti provvisori, le pretensioni determinate, sia con il metodo proposto che con la procedura di regolazione di tutti i cavi, mostrano la necessità di rilasciare parzialmente ad ogni fase il tirante precedente rispetto all'ultimo installato (pretensioni negative). Inoltre, nel secondo metodo di tesatura si nota come le regolazioni dei cavi, ad eccezione degli ultimi due posti in opera, presentano valori piuttosto modesti, confermando la validità della procedura proposta nella quale, dopo la pretensione iniziale ed il successivo aggiustamento, non si interviene più sui tiranti precedenti.

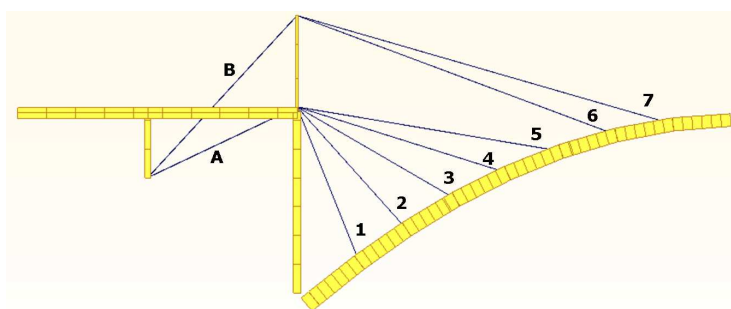


Figura 3.20.- Numerazione dei tiranti provvisori.

I grafici riportati nelle figure seguenti (figure 3.21 e 3.22) mostrano l'andamento dello sforzo normale di trazione nei cavi nelle varie fasi costruttive. I massimi sforzi di trazione si riscontrano nei due cavi posteriori di ritenuta (indicati con le lettere A e B, figura 3.20) i quali, infatti, presentano una sezione trasversale con diametro d'acciaio equivalente maggiore rispetto agli altri (indicati con i numeri da 1 a 7, figura 3.20). Durante tutta la sequenza costruttiva, gli sforzi assiali nei cavi si mantengono ovviamente sempre positivi e con valori al di sotto dei limiti di lavoro, indicati dalle aziende produttrici pari a circa il 50% dei corrispondenti valori di rottura.

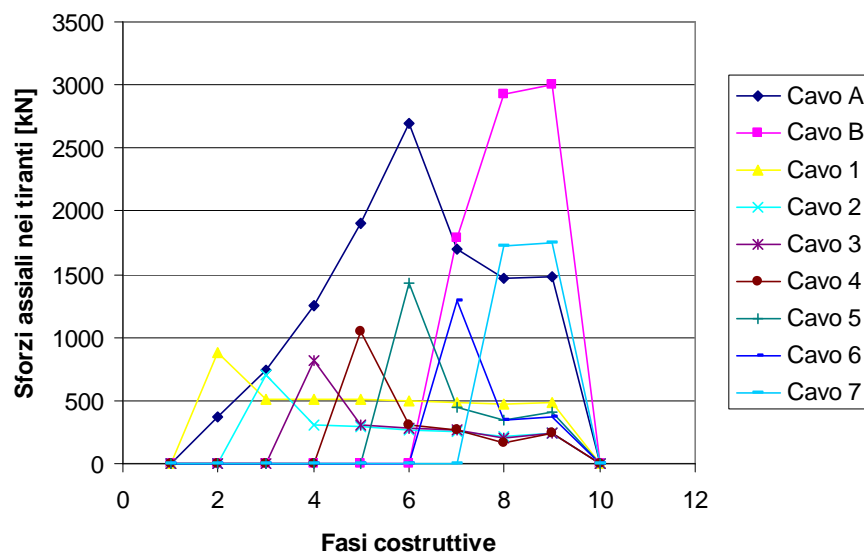


Figura 3.21.- Andamento degli sforzi assiali nei cavi durante la costruzione: regolazione in due fasi.

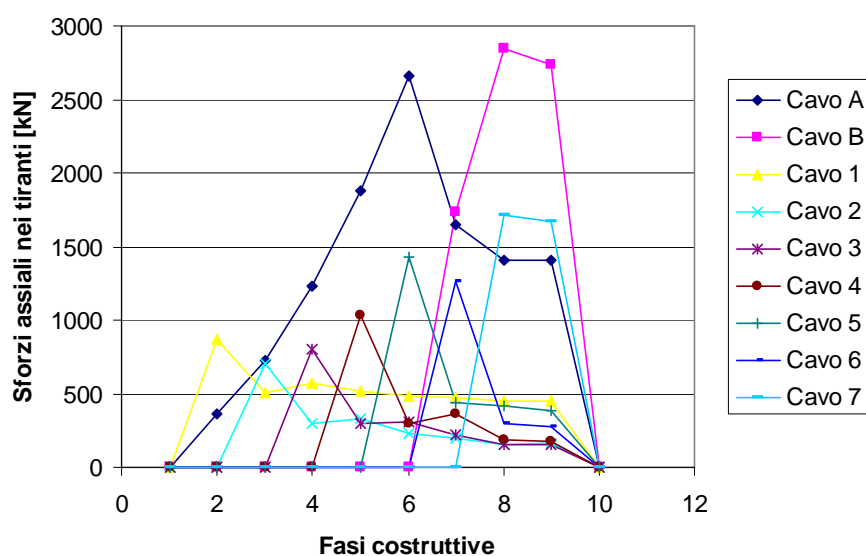


Figura 3.22.- Andamento degli sforzi assiali nei cavi durante la costruzione: regolazione di tutti i cavi.

Anche il grafico di figura 3.22, nel quale sono riportate le tensioni di trazione nei tiranti, mostra che trazioni non superano mai i valori ammissibili dell'acciaio armonico. La massima tensione di trazione si ha nel cavo di ritenuta indicato con la lettera B per il quale si registra un tensione nell'ultima fase precedente la rimozione pari 894 MPa, comunque al di sotto del 50% della resistenza caratteristica a trazione pari a $f_{yk} = 1860$ MPa ($50\% f_{yk} = 930$ MPa).

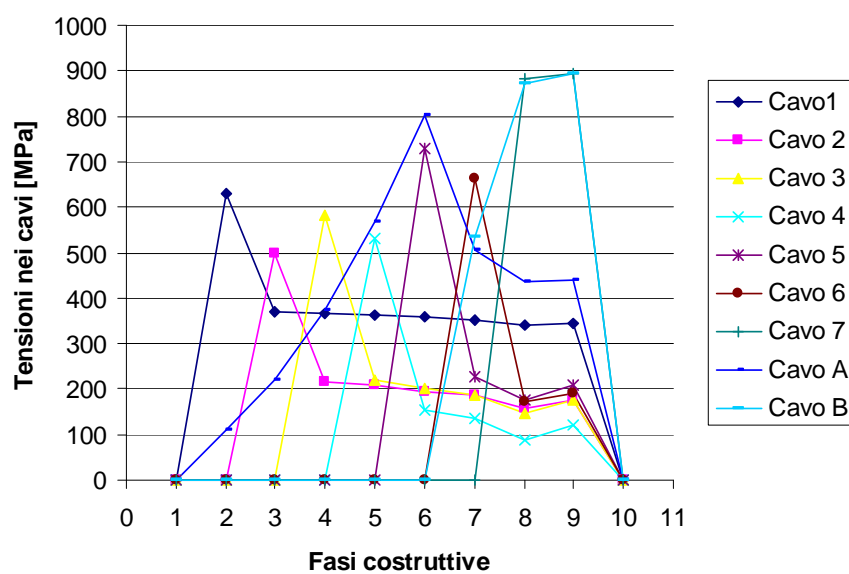


Figura 3.22.- Andamento delle tensioni di trazione nei cavi durante la costruzione.

CAPITOLO 4.

I PONTI AD ARCO IN CALCESTRUZZO A SPINTA ELIMINATA

1. Le pretensioni nei pendini dei ponti bowstring

Il funzionamento dei ponti ad arco a spinta eliminata è caratterizzato fondamentalmente dalla collaborazione tra i due elementi strutturali principali, l'arco e l'impalcato – tirante, al fine di annullare la componente orizzontale delle reazioni vincolari che spesso causa notevoli problemi alle opere di fondazione. In questo complesso strutturale i pendini di sospensione hanno il compito di sostenere l'impalcato, trasferendo le azioni da un elemento all'altro e favorendo la collaborazione tra i due elementi strutturali principali.

Questa collaborazione tra arco e impalcato non si riduce solo all'assorbimento della spinta ma riveste grande importanza anche quando la struttura deve far fronte ai carichi mobili. In quest'ottica il buon funzionamento di un ponte bowstring dipende fortemente dal rapporto di rigidità tra queste due componenti strutturali. Già dal secolo scorso la

tendenza si è sempre più rivolta alla realizzazione di ponti con archi snelli ed impalcato rigido, riprendendo lo schema ideato da Langer per i ponti a via inferiore e da Maillart per quelli a via superiore. Un rapporto di rigidezza ottimale tra arco ed impalcato permette che i carichi che i pendini trasmettono dal secondo al primo, giungano a questo con una distribuzione quasi uniforme, anche nel caso delle azioni variabili dovute al traffico. Ciò consente all'arco di lavorare sempre a compressione, non discostandosi mai troppo dalla curva antifunicolare dei carichi cui è soggetto e, quindi, riducendo al massimo i momenti flettenti su di esso (Nascè, 2008; Arenas et al., 2008). Proprio questo comportamento consente di realizzare archi molto snelli con vantaggi anche dal punto di vista estetico. Il ruolo dei cavi di sospensione assume allora una importanza notevole nel funzionamento complessivo dei ponti bowstring grazie anche alla possibilità di intervenire attraverso la tesatura dei cavi.

La tesatura dei pendini nella maggior parte dei casi è un'operazione relativa all'attivazione del funzionamento di un ponte a spinta eliminata, durante le fasi della sua costruzione. In alcuni casi i pendini vengono messi in trazione per effetto dell'azione del peso proprio dell'impalcato, semplicemente rimuovendo la centina o i puntelli provvisori su cui questo poggia. Piccole pretensioni vengono fornite per garantire un livello minimo di trazione nei pendini tale da eliminare l'effetto catenaria dovuto al peso proprio dei cavi stessi. In questo modo, inoltre, il comportamento dei cavi può essere considerato lineare con buona approssimazione. In altri casi, invece, le pretensioni vengono applicate per favorire la scasseratura o la rimozione degli appoggi provvisori, sollevando l'impalcato. L'applicazione delle pretensioni può essere anche sfruttata per far raggiungere all'impalcato il profilo geometrico di progetto sotto l'azione dei carichi permanenti.

Infine, le pretensioni nei ponti con pendini favoriscono il funzionamento a trazione dei cavi sotto l'azione di carichi mobili asimmetrici, evitando che per particolari condizioni di carico variabile alcuni pendini possano scaricarsi.

Un'altra importante caratteristica, relativa in particolare ai ponti bowstring in calcestruzzo, riguarda l'utilizzo della precompressione nell'impalcato.

Infatti, la bassa capacità del calcestruzzo a resistere a sforzi di trazione, comporta la necessità di assorbire attraverso la precompressione la forza di trazione che l'impalcato riceve per compensare la spinta dell'arco. I cavi di precompressione, che materializzano il tirante del ponte bowstring, possono essere esterni o interni e generalmente sono centrati rispetto al baricentro della sezione trasversale dell'impalcato. Allo stesso tempo però, nei ponti in c.a.p., risulta necessaria un'ulteriore precompressione interna per far fronte alle sollecitazioni dovute all'azione dei carichi mobili, ovvero per le flessioni indotte dai carichi variabili in fase d'esercizio, la cui intensità dipende dall'interasse dei pendini. Trattandosi di una struttura con elevato grado di iperstaticità, l'utilizzo di una precompressione eccentrica comporta la presenza di reazioni parassite dovute al fatto che le deformazioni prodotte dallo stato di coazione imposto sono ostacolate dai vincoli sovrabbondanti (Cestelli Guidi, 1987). La presenza delle iperstatiche di precompressione può ridurre notevolmente l'effetto della coazione imposta in particolare in termini momento flettente. La realizzazione di una precompressione centrata d'altro canto può comportare l'utilizzo di un elevato numero di cavi.

Lo studio presentato in questo capitolo ha come scopo quello di mostrare come sia possibile modificare lo stato di sollecitazione attraverso l'applicazione di pretensioni nei pendini di sospensione dei ponti ad arco a spinta eliminata. L'obiettivo finale è quello di determinare dei valori di pretensione che permettano di ottenere a fine costruzione e sotto l'azione dei carichi mobili, una distribuzione dei massimi e minimi momenti flettenti il più possibile uniforme. In questa maniera si può raggiungere un comportamento della struttura ottimale per quel che riguarda sia l'arco che l'impalcato, riducendo anche l'impiego della precompressione di esercizio e scongiurando la fessurazione degli elementi strutturali.

2. Determinazione delle pretensioni e forma dell'arco

In questo paragrafo viene esposto lo studio effettuato per la determinazione delle pretensioni da applicare nei cavi, tenendo in considerazione che queste azioni cui è soggetto l'arco possono far discostare il suo profilo geometrico dalla curva antifunicolare dei carichi con la comparsa di momenti flettenti sull'arco. La procedura di calcolo proposta si basa sull'applicazione del metodo dell'equilibrio in termini di momenti flettenti attraverso le matrici di influenza del sistema strutturale.

La formulazione del metodo parte dalla considerazione che generalmente la condizione di carico più gravosa per un ponte a via inferiore è quella relativa ai carichi mobili. Alle sollecitazioni dovute alle azioni da traffico vanno però aggiunte quelle derivanti da tutto il processo costruttivo, durante il quale la struttura si presenta in configurazioni statiche differenti per le varie fasi. Durante la sequenza di realizzazione, il ponte è progressivamente soggetto al peso proprio, al peso delle strutture provvisorie per la costruzione, ad un'aliquota della precompressione, al peso dell'arco, ai carichi permanenti aggiuntivi ed alla precompressione definitiva. Inoltre, bisogna considerare che durante le fasi costruttive si può avere l'inserimento e la rimozione di vincoli provvisori come nel caso della costruzione su appoggi temporanei. A tutto questo vanno aggiunti gli effetti dei fenomeni lenti nel tempo, in particolare ritiro e viscosità.

A partire da una configurazione geometrica fissata (ad esempio sagomando l'arco come l'antifunicolare dei carichi permanenti) si effettua un'analisi agli elementi finiti della sequenza costruttiva, senza introdurre alcuna pretensione nei cavi, dalla quale si valutano i momenti flettenti nei punti di controllo, scelti in corrispondenza delle sezioni in cui i cavi si ancorano all'impalcato. Sommando a questi momenti flettenti quelli derivanti dall'analisi dei carichi mobili, si ottiene un diagramma delle massime e minime sollecitazioni in cui prevalgono generalmente i valori positivi dei momenti flettenti. Questa circostanza deriva dal fatto che i cavi, tesati soltanto per effetto del peso

proprio o con una pretensione minima, funzionano come appoggi elastici con valori di rigidezza piuttosto bassi. Ciò comporta una generale prevalenza dei momenti flettenti positivi sull'impalcato nelle varie fasi costruttive ma anche per effetto dei carichi variabili di esercizio. Ne segue una maggiore sollecitazione a trazione al lembo inferiore della sezione d'impalcato. A questo punto, imponendo come condizione limite per la sezione dell'impalcato un valore di momento flettente ammissibile, si possono determinare quelle pretensioni che permettano di raggiungere questo obiettivo.

Indicando con \mathbf{M}^* il vettore dei valori di momento flettente positivo valutati nelle sezioni di controllo per effetto delle azioni da costruzione e dei carichi mobili e con $\bar{\mathbf{M}}$ quello dei momenti flettenti limite, il vettore obiettivo da raggiungere per effetto delle sole pretensioni risulta dato dalla seguente differenza:

$$\hat{\mathbf{M}} = -(\mathbf{M}^* - \bar{\mathbf{M}}) \quad (4.1)$$

I valori di momento limite possono essere trovati attraverso l'imposizione di un valore massimo della tensione di trazione sul bordo inferiore dell'impalcato ($\bar{\mathbf{M}} = \bar{\sigma} \cdot \mathbf{W}_i$, essendo \mathbf{W}_i il modulo di resistenza al lembo inferiore della sezione)

Applicando la relazione (2.3) al caso specifico del ponte ad arco a spinta eliminata, si ricavano, allora, quelle pretensioni che, applicate nei pendini a fine costruzione, permettono di ottenere i momenti flettenti voluti nelle sezioni di ancoraggio dei pendini all'impalcato. Determinando la matrice di influenza \mathbf{K} della struttura, i cui coefficienti χ_{ij} sono sostanzialmente i momenti flettenti valutati nel j -esimo punto di controllo per effetto di una pretensione unitaria applicata all' i -esimo cavo, ed imponendo la condizione espressa dalla (4.1), la (2.3) diventa:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{T} = -(\mathbf{M}^* - \bar{\mathbf{M}}) = \hat{\mathbf{M}} \quad (4.2)$$

in cui \mathbf{T} è il vettore incognito delle pretensioni da fornire ai pendini. Avendo scelto i punti di controllo opportunamente ed in numero pari al numero dei

cavi, la matrice di influenza risulta quadrata ed invertibile. Pertanto dalla (4.2) si ottiene immediatamente:

$$\mathbf{T} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{M}} \quad (4.3)$$

È importante specificare che la (4.3) va applicata allo schema elastico della struttura su cui agiscono solo le pretensioni (figura 4.1), in quanto l'effetto di tutte le altre azioni che agiscono sul ponte sono già considerate nel vettore \mathbf{M}^* .

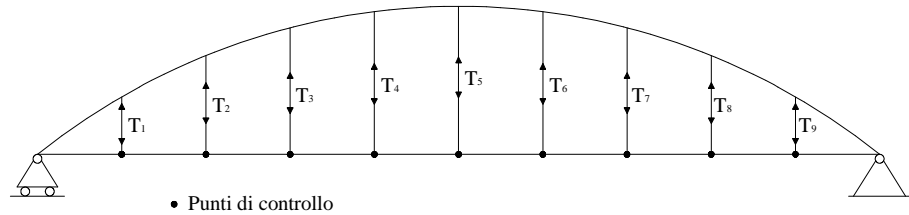


Figura 4.1.- Schema per la determinazione delle pretensioni.

Una volta determinato il loro valore, le pretensioni vanno introdotte nel modello evolutivo della struttura per effettuare un'analisi di tipo forward e verificare l'effettivo comportamento del ponte nelle varie fasi costruttive ed in esercizio sotto l'azione dei carichi mobili. Bisogna però considerare che l'applicazione di queste azioni nei pendini si traducono in un sistema di forze concentrate agenti sull'arco. La variazione dei carichi cui è soggetto l'arco, rispetto alla condizione iniziale, può allora determinare uno scostamento, anche significativo, della sua sagoma dalla curva antifunicolare dei carichi agenti, con il conseguente insorgere di momenti flettenti secondari ma di valore significativo. Ciò è dovuto al fatto che le pretensioni applicate ai pendini fanno deformare l'arco con spostamenti verso il basso, così come fanno innalzare l'impalcato introducendo una piccola monta. Per questo motivo può essere allora necessario modificare la forma dell'arco adeguandola ai nuovi carichi agenti, mantenendo fissata la freccia. La variazione del profilo geometrico dell'arco, però, determina anche una variazione complessiva della distribuzione dei momenti sulla struttura, per cui può essere necessario ripetere la procedura proposta in maniera iterativa al fine di conseguire un

duplice scopo: determinare i valori delle pretensioni che garantiscano il raggiungimento dell'obiettivo fissato in termini di momenti flettenti sull'impalcato e modificare la forma dell'arco in modo che il suo profilo sia il più possibile prossimo alla curva antifunicolare dei carichi agenti su di esso.

Considerando tutte le azioni agenti sull'arco, cioè il suo peso proprio ed i carichi concentrati trasmessi dai pendini, si determina una nuova sagoma come curva antifunicolare del nuovo sistema di forze. A questo punto, effettuando una nuova analisi agli elementi finiti della struttura in cui la forma dell'arco è variata ed in cui questa volta si applicano anche le pretensioni precedentemente calcolate, si ricava un nuovo vettore dei momenti flettenti obiettivo per determinare i nuovi valori di sforzo da applicare ai cavi. Il vettore obiettivo di secondo tentativo $\hat{\mathbf{M}}_2$ è dato dalla seguente relazione

$$\hat{\mathbf{M}}_2 = -(\mathbf{M}_2^* - \bar{\mathbf{M}}) \quad (4.4)$$

in cui \mathbf{M}_2^* è il vettore dei momenti flettenti positivi valutati nel nuovo modello di calcolo nelle sezioni di controllo per effetto delle azioni da costruzione e dei carichi mobili, mentre $\bar{\mathbf{M}}$ non varia ed è sempre il vettore dei momenti flettenti limite fissato in precedenza. Determinando la nuova matrice di influenza \mathbf{K}_2 per la struttura modificata ed applicandola insieme al vettore $\hat{\mathbf{M}}_2$ nella relazione (4.3), si ricava allora il vettore delle variazioni dei valori delle pretensioni calcolate al primo passo:

$$\Delta \mathbf{T} = \mathbf{K}_2^{-1} \cdot \hat{\mathbf{M}}_2 \quad (4.5)$$

Il vettore $\Delta \mathbf{T}$ calcolato con la (4.5) va sommato algebricamente al vettore \mathbf{T} delle pretensioni di primo tentativo, ottenendo:

$$\mathbf{T}_2 = \mathbf{T} + \Delta \mathbf{T} \quad (4.6)$$

Le variazioni delle pretensioni valutate nel nuovo sistema possono essere sia incrementi che riduzioni rispetto a quelle calcolati al primo e possono avere, quindi, valori sia negativi che positivi. Poiché il pendino deve lavorare a

trazione, ovviamente il valore finale di tutte le pretensioni deve risultare comunque positivo.

La procedura iterativa si arresta quando le sagome determinate in due passi successivi risultano pressappoco coincidenti e si ottiene il diagramma dei momenti flettenti voluto sull'impalcato con le pretensioni calcolate.

3. Applicazione numerica

In questo paragrafo viene presentata l'applicazione della procedura di calcolo proposta ad un ponte ad arco in calcestruzzo a spinta eliminata avente una luce di 60 m (figura 4.2).

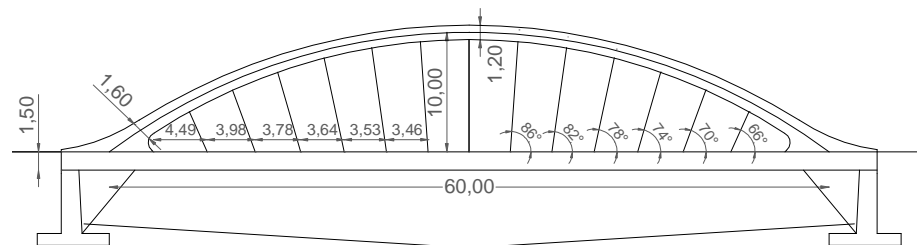


Figura 4.2.- Geometria del ponte ad arco a spinta eliminata.

La struttura presenta un arco unico disposto su un piano verticale centrato rispetto al piano viario con una freccia massima di 10,00 m. Sullo stesso piano giacciono tredici pendini, con inclinazioni variabili tra i 66° e i 90°, che sostengono un impalcato in cemento armato precompresso con la doppia funzione di tirante e di piano viario.

L'arco ha una sezione rettangolare con base 1,40 m ed altezza variabile da 1,60 m, alle imposte, fino a 1,20 m in corrispondenza della sezione di chiave. La sezione trasversale dell'arco ha, quindi, le seguenti caratteristiche geometriche: alle imposte l'area è $A = 1,68 \text{ m}^2$ ed il momento d'inerzia è $J = 0,202 \text{ m}^4$; in chiave, invece, si ha $A = 2,24 \text{ m}^2$ e $J = 478 \text{ m}^4$.

L'impalcato (figura 4.3), invece, ha una sezione costante a cassone bicellulare con due sbalzi laterali di 1.80 m ciascuno. La sezione, alta 1.50 m e larga complessivamente 14.00 m, presenta un'anima massiccia centrale dello spessore di 1.30 m nella quale sono alloggiati i cavi di precompressione, per il compenso delle tensioni di trazione indotte per effetto tirante. Lo spessore delle solette, invece, è pari 0.25 m. Con queste dimensioni la sezione trasversale dell'impalcato presenta le seguenti caratteristiche geometriche: l'area $A = 7.281 \text{ m}^2$, momento d'inerzia $J = 1.394 \text{ m}^4$, posizione del baricentro dal bordo superiore $y_G = 0.496 \text{ m}$.

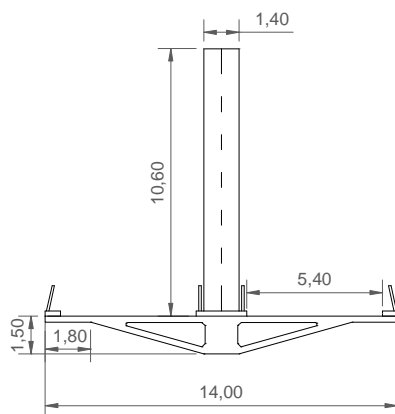


Figura 4.3.- Sezione trasversale del ponte.

I pendini sono in realizzati con cavi a trefoli in acciaio armonico il cui diametro equivalente è $\phi_p = 0,05196 \text{ m}^2$.

Per quanto riguarda i materiali, è stato scelto un calcestruzzo con resistenza a compressione $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ per l'arco, e $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$ per l'impalcato. Per l'acciaio armonico dei pendini si è considerata, invece, una resistenza caratteristica a trazione pari a $f_{ptk} = 1860 \text{ MPa}$.

I fenomeni lenti nel tempo sono stati implementati con il modello CEB MC90 con i seguenti parametri:

- umidità relativa: $RH = 70\%$;

- altezza nominale dell'arco: $h = 2A_c/u = 700 \text{ mm}$;
- altezza nominale dell'impalcato: $h = 2A_c/u = 500 \text{ mm}$;
- tipo di cemento: indurimento normale.

Con questi parametri sono risultati i seguenti valori per il coefficiente di creep: $\phi(10000, 14) = 1.70$ per l'arco e $\phi(10000, 28) = 1.66$ per l'impalcato.

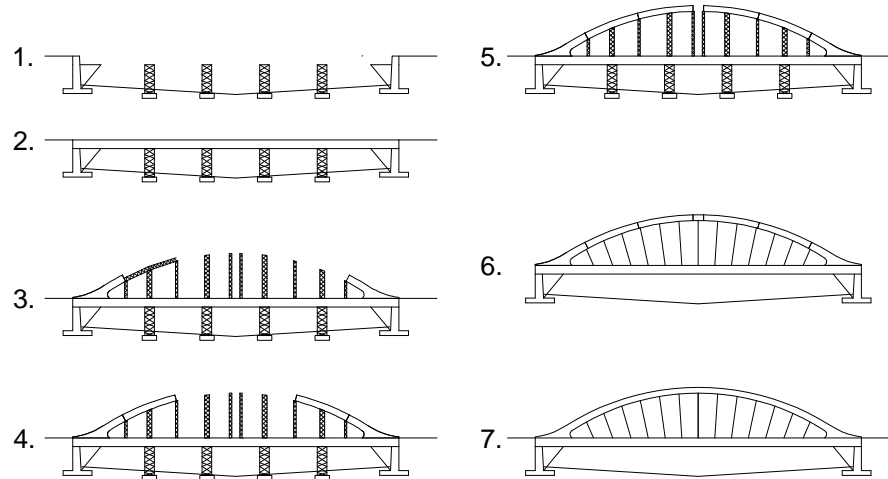


Figura 4.4.- Processo costruttivo del ponte bowstring.

Il modello del processo costruttivo del ponte (figura 4.4) prevede inizialmente la realizzazione dell'impalcato su appoggi provvisori, applicando una parte dello sforzo di precompressione centrato. Successivamente sull'impalcato viene poggiata una centina discontinua per la realizzazione dell'arco. Una volta effettuato il getto del concio di chiave, viene rimossa la centina e vengono installati i pendini. Infine, vengono applicati il carico permanente aggiuntivo, stimato in $q_{perm} = 50 \text{ kN/m}$, e la precompressione definitiva (complessivamente dodici cavi tesati ciascuno a $P = 3500 \text{ kN}$), si rimuovono le pile provvisorie dell'impalcato e vengono applicate le pretensioni nei pendini.

I carichi mobili sono stati applicati seguendo le indicazioni delle “Nuove norme tecniche per le costruzioni” (DM 14/01/2008), analoghe a quelle

previsti dall'Eurocodice. Il piano viario è stato suddiviso in quattro corsie di marcia da 2.70 m ciascuna. Sulla prima è stato applicato un carico distribuito pari $q_{1k} = 9 \times 2.7 = 24.3$ kN/m ed il carico tandem formato da due forze concentrate di intensità $Q_{1k} = 300$ kN ciascuna; la seconda, invece, è soggetta a $q_{2k} = 2.5 \times 2.7 = 6.75$ kN/m ed a $Q_{2k} = 200$ kN; la terza a $q_{3k} = 2.5 \times 2.7 = 6.75$ kN/m ed a $Q_{3k} = 100$ kN; infine, l'ultima che coincide con la parte rimanente, è soggetta solamente al carico distribuito $q_{Rk} = 2.5 \times 2.7 = 6.75$ kN/m. In figura 4.5 è riportata la distribuzione trasversale dei carichi nelle varie corsie con l'indicazione delle rispettive eccentricità rispetto al baricentro della sezione.

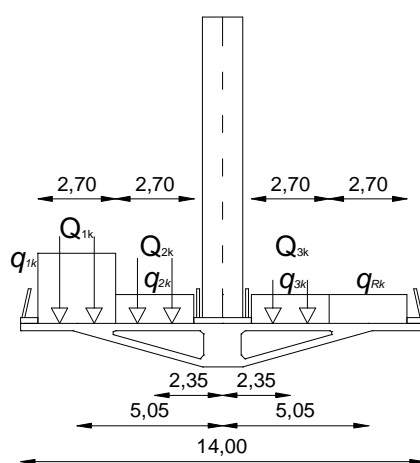


Figura 4.5.- Ripartizione trasversale delle corsie di carico.

Per il caso studio preso in esame, la procedura iterativa ha richiesto soltanto due passi. A partire da una sagoma parabolica di primo tentativo sono state determinate le pretensioni con un vettore dei momenti flettenti obiettivo fissato imponendo come limite al lembo inferiore della sezione dell'impalcato una tensione massima di trazione pari a $f_{limite} = 2$ MPa. Una volta determinate le pretensioni di primo tentativo, è stata determinata la nuova sagoma dell'arco, registrando uno scostamento massimo rispetto a quella di primo tentativo (in rosso nella figura 4.6) pari a 0.243 m.

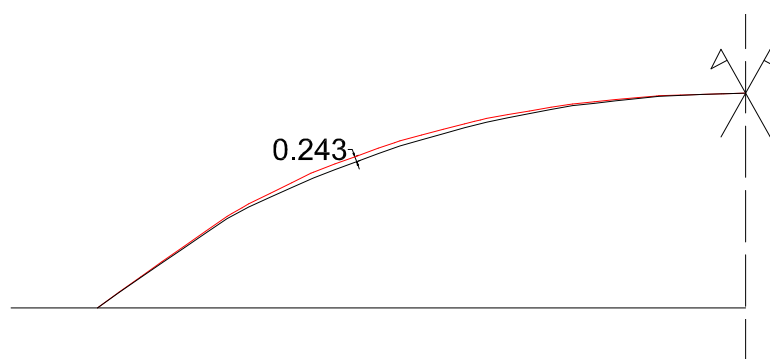


Figura 4.6.- Variazione della sagoma dell'arco dopo la prima iterazione.

Sul nuovo modello è stata applicata la procedura per la determinazione delle variazioni dei valori delle pretensioni da applicare ai cavi. Nella tabella seguente (tabella 4.1) sono riportati i valori delle pretensioni calcolate alle due iterazioni e le relative variazioni, mentre nella figura 4.7 è riportata la numerazione adottata per i pendini.

Pendini	PRETENSIONI [kN]		
	1 ^a iterazione	2 ^a iterazione	ΔT
1	3567.37	3053.67	-513.70
2	1847.87	2243.00	395.13
3	2201.69	2622.80	421.11
4	2362.52	1937.98	-424.54
5	2526.19	2515.29	-10.90
6	2574.64	2130.97	-443.67
7	2615.63	2115.77	-499.86
8	2574.93	2198.29	-376.64
9	2526.59	2382.68	-143.91
10	2363.01	2495.15	132.14
11	2204.24	2547.42	343.18
12	1844.83	2246.85	402.02
13	3579.82	3271.23	-308.59

Tabella 4.1.- Pretensioni nei pendini.

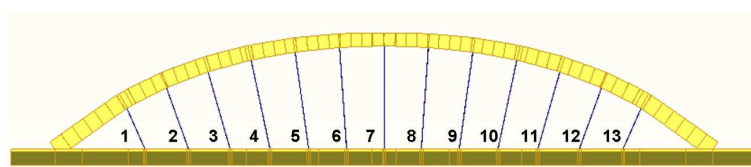


Figura 4.7.- Numerazione dei pendini.

Si nota come per i pendini 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 13 la variazione di pretensione alla seconda iterazione sia negativa. Risulta, inoltre, una leggera asimmetria nei valori di pretensione, dovuta probabilmente alla asimmetria di vincolo necessaria per il funzionamento del ponte bowstring.

Avendo verificato che, con una successiva iterazione, il profilo dell'arco subisce minime variazioni e che anche i valori delle pretensioni si mantengono pressoché costanti, si è interrotta la procedura al secondo passo. Di seguito (figura 4.8) viene mostrato il diagramma dei momenti flettenti a fine costruzione dopo la prima e dopo la seconda iterazione.

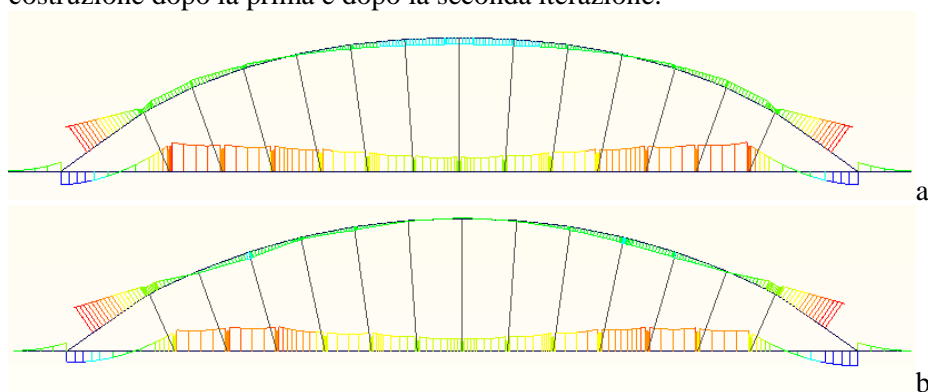


Figura 4.8.- Diagramma dei momenti flettenti [kNm] a fine costruzione: a) prima iterazione; b) seconda iterazione.

Si nota come i momenti flettenti sia sull'arco ma soprattutto sull'impalcato diminuiscano nella seconda iterazione a seguito dell'aggiustamento della sagoma e dei valori di pretensione da applicare ai pendini. In particolare il momento flettente nella sezione di chiave dell'arco passa da un valore di 1350

kNm a circa 100 kNm. Sull'impalcato, invece, si passa da un momento flettente massimo negativo pari a -6050 kNm a -5150 kNm.

Nella figura 4.9, invece, vengono messi a confronto i diagrammi dei massimi momenti flettenti dovuti alla somma delle azioni di costruzione con i carichi mobili.

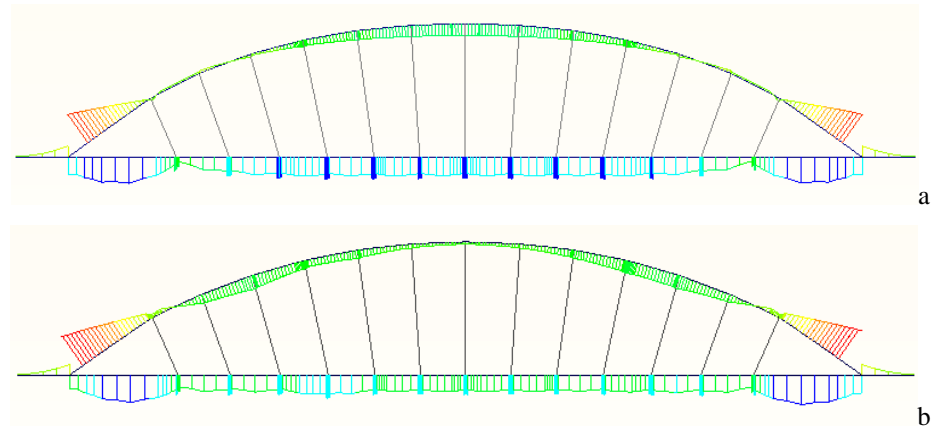


Figura 4.9.- Diagramma dei massimi momenti flettenti [kNm] a fine costruzione con l'applicazione dei carichi mobili: a) prima iterazione; b) seconda iterazione.

Tra il primo ed il secondo passo della procedura il momento flettente positivo massimo nella sezione di chiave è passato da 1990 kNm a 396 kNm. Nelle sezioni di ancoraggio dei pendini all'impalcato, invece, in entrambi i passi si sono registrati valori molto prossimi a quelli imposti come obiettivo, vale a dire circa 2750 kNm che garantiscono tensioni di trazione al massimo pari a 2 MPa.

Nella figura seguente (4.10) viene mostrato il diagramma dei minimi momenti flettenti per entrambi i passi della procedura e per la medesima combinazione di carico. Alla prima iterazione sull'arco il minimo momento flettente risulta pari a -1270 kNm contro i circa -300 kNm della seconda. La situazione migliora lievemente anche sull'impalcato dove si passa da un valore di oltre -10100 kNm a circa -9650 kNm.

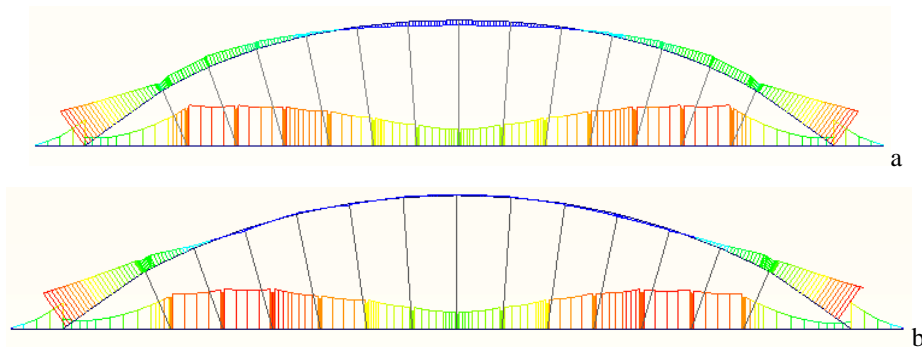


Figura 4.10.- Diagramma dei minimi momenti flettenti [kNm] a fine costruzione con l'applicazione dei carichi mobili: a) prima iterazione; b) seconda iterazione.

Analizzando da un punto di vista tensionale il comportamento della sezione dell'arco nella configurazione finale del ponte (dopo la 2^a iterazione) si nota come essa lavori in compressione sotto tutte le condizioni di carico. I valori di tensione risultano pressoché uniformi lungo lo sviluppo dell'arco con variazioni dovute alla flessione indotta dai carichi mobili.

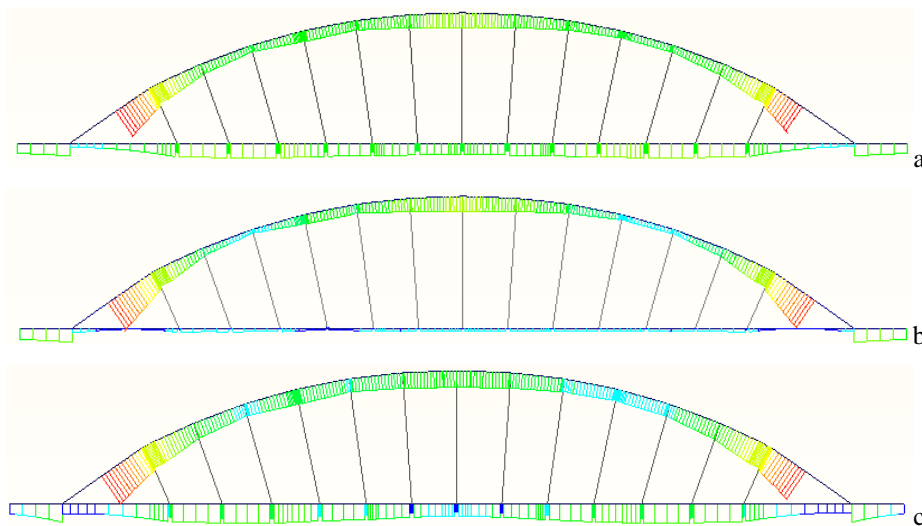


Figura 4.11.- Diagramma delle tensioni [MPa] al lembo inferiore a fine costruzione: a) ponte scarico; b) con carichi mobili (massimi); c) con carichi mobili (minimi).

Nella figura 4.11 sono riportati i diagrammi delle tensioni al bordo inferiore delle sezioni dell'arco e dell'impalcato a fine costruzione a ponte scarico e sotto l'azione dei carichi mobili. Esse risultano tutte di compressione, in quanto la piccola trazione indotta sull'impalcato dai momenti flettenti massimi viene recuperata attraverso un contenuto tasso di precompressione centrata aggiuntiva rispetto a quella da tirante. Nella condizione più gravosa le sezioni di chiave dell'arco è soggetta al lembo inferiore ad una tensione di -8 MPa, mentre alle imposte si registrano picchi di -16 MPa. Sull'impalcato, invece, a ponte scarico la tensione è pari a circa -8 MPa, mentre sotto l'azione dei carichi mobili nella peggiore condizione si registra una tensione di -2 MPa.

Per quanto riguarda i pendini, invece, nella figura 4.12 sono riportate le tensioni di trazione cui sono soggetti a fine costruzione, sia a ponte scarico che sotto l'azione dei carichi mobili.

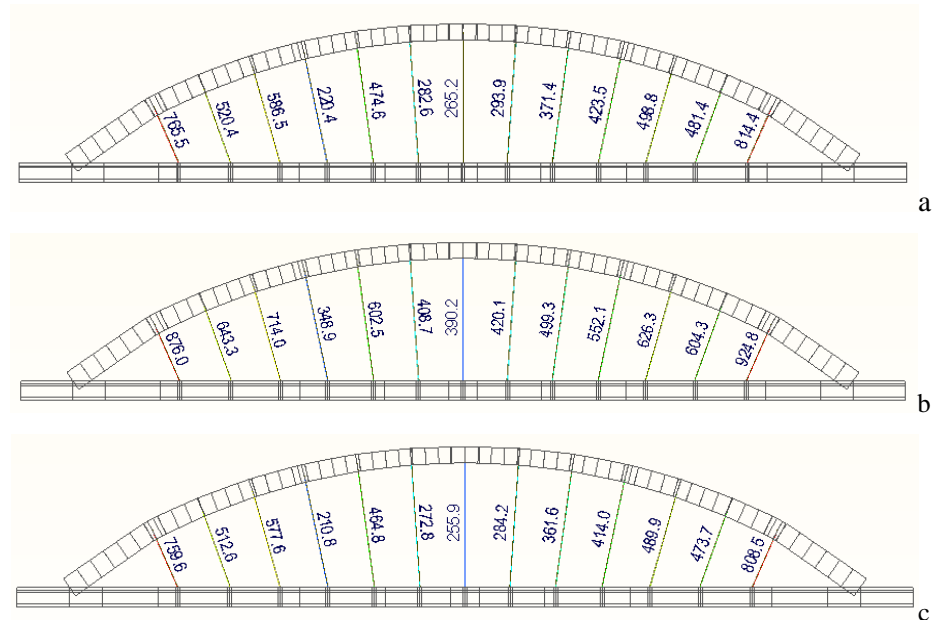


Figura 4.12.- Diagramma delle tensioni [MPa] nei pendini a fine costruzione: a) ponte scarico; b) con i carichi mobili (massimi); c) con i carichi mobili (minimi).

In tutti i pendini le tensioni di trazione di lavoro rimangono al di sotto del limite accettabile per l'acciaio armonico, pari a circa il 50% della tensione di rottura (tensione di rottura circa 1860 MPa; tensione di lavoro circa 930 MPa).

Per quanto riguarda le deformazioni della struttura a fine costruzione si registra un abbassamento massimo sull'arco pari a 3 cm in corrispondenza della sezione di chiave. L'impalcato, invece, per effetto delle pretensioni applicate ai pendini si solleva leggermente, con un valore massimo di 1.3 cm. Nella figura 4.13a è riportata la configurazione deformata a tempo infinito (10000 giorni). Nella figura 4.13b, invece, sono mostrati gli effetti dovuti ai fenomeni lenti nel tempo. Per effetto delle sole deformazioni differite l'abbassamento dell'arco nella sezione di chiave è pari 1.4 cm, nella sezione di mezzeria dell'impalcato risulta 1.3 cm.

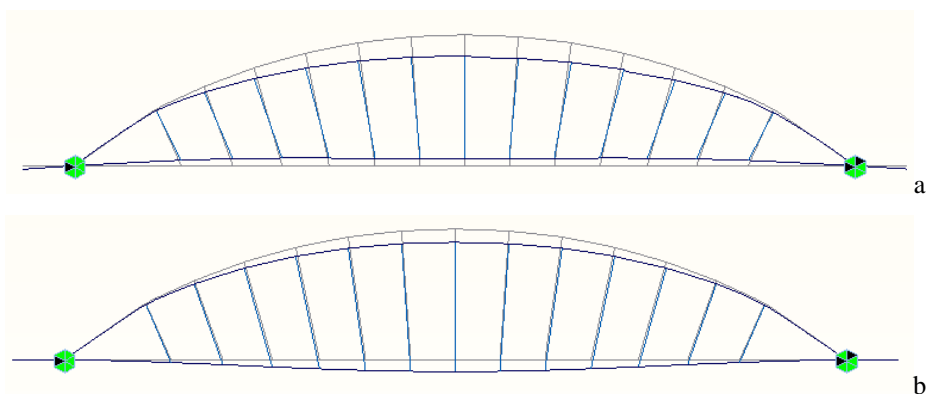


Figura 4.13.- Configurazione deformata a tempo infinito: a) deformazioni totali; b) deformazioni differite.

A causa dell' elevato grado di iperstaticità della struttura, i fenomeni lenti nel tempo hanno effetti sulla ridistribuzione delle sollecitazioni. Nella figura 4.14 è mostrato l'andamento del diagramma dei momenti flettenti a tempo infinito dovuto ai soli effetti della viscosità e del ritiro.

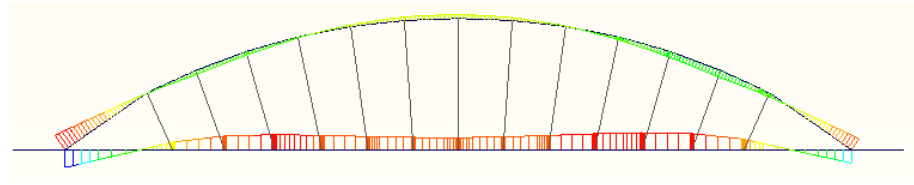


Figura 4.14.- Diagramma dei momenti flettenti dovuti ai soli effetti dei fenomeni lenti nel tempo.

In definitiva, dai risultati ottenuti risulta evidente che l'introduzione delle pretensioni nei pendini comporta un notevole miglioramento nel comportamento complessivo del sistema arco – tirante. In particolare, dopo la necessaria variazione di sagoma alla seconda iterazione, risultano fortemente ridotti i momenti flettenti su impalcato ed arco per carichi fissi e variabili, mantenendo le tensioni sempre entro il limite fissato.

CAPITOLO 5.

CONCLUSIONI

Gli studi effettuati dall'autore nell'ambito del corso di Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture hanno riguardato l'analisi dei ponti ad arco sostenuti da cavi nelle fasi di costruzione ed esercizio.

La prima parte della ricerca condotta è stata incentrata sull'analisi delle fasi costruttive dei ponti ad arco a via superiore realizzati per sbalzi successivi con l'ausilio di tiranti provvisori. Dopo avere approfondito lo studio dei metodi di determinazione degli sforzi nei tiranti nelle strutture sostenute da cavi, è stata svolta un'analisi propedeutica sui ponti strallati costruiti con la stessa metodologia, in considerazione delle evidenti analogie tra gli schemi statici parziali delle due tipologie strutturali. Ciò in virtù anche del maggior numero di lavori presenti in letteratura sui ponti strallati. La ricerca condotta ha consentito di mettere a punto una procedura di ottimizzazione della tesatura e della regolazione degli stralli. L'obiettivo è quello di trovare una conveniente sequenza costruttiva che permetta di ottenere la configurazione finale di

progetto prefissata e di minimizzare gli effetti dei fenomeni lenti nel tempo su tale configurazione, in termini di tensioni e deformazioni. La metodologia proposta segue il metodo delle matrici di influenza per determinare le pretensioni da fornire agli stralli, in modo che il ponte raggiunga ad ogni fase costruttiva una configurazione equivalente a quella di una trave continua su appoggi rigidi.

Tale procedura, testata sui ponti strallati, è stata, quindi, applicata ai ponti ad arco in calcestruzzo costruiti per sbalzi successivi. Per questa tipologia di strutture, l'approccio è stato modificato in virtù delle peculiarità proprie del funzionamento statico degli archi. In questo caso, infatti, il cambiamento di schema statico che si ha dopo la realizzazione del concio di chiave, che sostanzialmente attiva il comportamento in prevalenza assiale degli archi, non consente di raggiungere la stessa riduzione degli effetti viscosi ottenuta per i ponti strallati. Nonostante ciò, la determinazione di una sequenza di tesatura dei cavi per il raggiungimento del profilo geometrico voluto rimane una problematica di grande interesse. Ciò risulta vero in modo particolare per gli archi, che fondamentalmente sono delle strutture resistenti per forma ed ancora di più negli archi snelli che possono essere soggetti a problemi di instabilità. Pertanto, adottando la sequenza di tesatura utilizzata per i ponti strallati ed applicando il metodo delle matrici di influenza in termini di spostamenti, si è ottenuto a fine costruzione il profilo geometrico voluto per l'arco. Questo fondamentale risultato raggiunto, non può però prescindere dalla valutazione del comportamento della struttura nelle sue configurazioni parziali. L'analisi dell'intera sequenza costruttiva ha messo in evidenza che, applicando la sequenza di tesatura proposta, le sollecitazioni ottenute (in particolare i momenti flettenti negativi sui semiarchi a sbalzo) in ciascuna fase si mantengono entro limiti assolutamente accettabili per le sezioni dei vari elementi strutturali. Quando questo obiettivo non può essere raggiunto mediante il solo approccio agli spostamenti, la metodologia proposta può essere ancora applicata mediante un approccio misto che tenga conto di spostamenti e sollecitazioni. Complessivamente il metodo proposto risulta

vantaggioso sia da un punto di vista computazionale che tecnologico. In primo luogo, infatti, la determinazione delle pretensioni da fornire ai cavi e delle loro successive regolazioni risulta abbastanza agevole, basandosi sull'analisi dei semplici schemi elastici parziali. Inoltre, si è verificato che un'analisi di tipo backward non sempre può essere applicata con successo per la determinazione dei valori di sforzo iniziale nei cavi, in quanto alcuni di essi potrebbero risultare non soggetti a trazione in alcune fasi intermedie. In secondo luogo, la sequenza di tesatura proposta prevede che si intervenga solo due volte su ciascun cavo, evitando così un elevato numero di operazioni di tesatura che risulterebbero sempre troppo delicate ed economicamente onerose. Dal confronto tra una sequenza che prevede la regolazione di tutti i tiranti ad ogni fase e quella proposta, è emerso che i risultati ottenuti con quest'ultima sono del tutto accettabili per il raggiungimento degli obiettivi fissati.

La seconda parte della ricerca è stata prevalentemente rivolta allo studio del comportamento dei cavi nei ponti ad arco in calcestruzzo a spinta eliminata. Si è partiti dalla considerazione che le pretensioni nei pendini di questo tipo di ponti sono generalmente piuttosto basse per i seguenti motivi:

- metodologia di costruzione su centina o appoggi provvisori, la quale prevede la messa in tensione dei pendini direttamente con l'applicazione del peso proprio dell'impalcato durante le fasi di costruzione;
- necessità di eliminare l'effetto catenaria dei cavi;
- necessità di ridurre il rischio di scarico dei pendini sotto l'azione dei carichi mobili asimmetrici sull'impalcato, in particolare quando i pendini risultano inclinati rispetto alla verticale.

Si è inoltre verificato che per i ponti bowstring in calcestruzzo, l'entità dei momenti flettenti per carichi variabili può comportare significativi incrementi nel tasso di precompressione da applicare all'impalcato. Poiché l'eventuale cavi eccentrici dà origine a forti valori delle iperstatiche di precompressione con conseguente riduzione degli effetti benefici nei confronti delle massime

tensioni di trazione, tale incremento del tasso di precompressione indurrebbe un numero eccessivo di cavi nella sezione.

A tal fine si è dunque ipotizzato di operare, fin dalle fasi costruttive, sulle pretensioni dei pendini, per modificare il comportamento dell'impalcato, riducendo i massimi valori del momento flettente di esercizio. Questo scopo è stato perseguito attraverso una procedura di determinazione delle pretensioni da applicare ai cavi, con l'imposizione di un valore fissato di tensione massima di trazione nella sezione d'impalcato. È stato sviluppato, nelle fasi costruttive, un metodo delle matrici di influenza modificato che ha fornito il valore delle pretensioni da applicare nei cavi per l'ottenimento degli stati di sforzo e di deformazione desiderati.

Dai risultati ottenuti emerge che l'introduzione delle pretensioni nei pendini induce un notevole miglioramento nel comportamento complessivo del sistema arco – tirante. In particolare, attraverso una procedura iterativa, per la quale si fa seguire una modifica della sagoma dell'arco alla determinazione delle pretensioni, è possibile ridurre fortemente i momenti flettenti su arco ed impalcato, per carichi fissi e variabili, mantenendo le tensioni sempre entro il limite fissato.

Le metodologie proposte per l'individuazione delle pretensioni dei cavi, nei due ambiti di studio affrontati (ponti a sbalzi strallati e ponti bowstring), sono state validate attraverso analisi numeriche e modelli agli elementi finiti su casi – studio reali. I risultati ottenuti possono essere tradotti in indicazioni progettuali e in suggerimenti utili per la realizzazione dei ponti ad arco in calcestruzzo sostenuti da cavi durante la costruzione e l'esercizio.

BIBLIOGRAFIA

- ACI 209R-92 (1997). "Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures", *reported by ACI Committee 209*, 1-47, reapproved.
- Arenas de Pablo J.J., Capellán Miguel G., Beade Pereda H., Martínez Aparicio J., Ortega Arias A. (2008). "El Puente del Tercer Milenio sobre el río Ebro en Zaragoza", *Revista de Obras Públicas*, **155** (3490), 75 – 98, Madrid.
- Arici M., Granata M.F. (2007). "Removal of temporary supports and creep effects in the sequential construction of bridges" in Chiorino-Gardner, *Structural Implication of Shrinkage and Creep of Concrete*, ACI SP246-3, 37-51.
- Arici M., Granata M.F. (2008). "Valutazione della sicurezza in esercizio di un ponte ad arco-portale costruito per conci", *Industrie manufatti cementizi*, **1**, 40-57.
- Arici M., Granata M. F., Margiotta P. (2008). *Ponti ad arco a spinta eliminata tramite l'impiego di passerelle a banda tesa*. Atti del 17° Congresso C.T.E., pp. 687-696, Roma.
- Arici M., Granata M.F., Margiotta P. (2009). "L'influenza dei fenomeni lenti nella costruzione e nell'esercizio dei ponti in c.a.p. Parte I: Basi teoriche.", *Meccanica dei Materiali e delle Strutture*, **1**(1), 36-54.

- Arici M., Granata M.F., Margiotta P., Recupero A. (2010). “Creep effects and stress adjustments in cable-stayed bridges with concrete deck”, *Proceedings of 3rd fib Conference*, Washington.
- Au F. T. K., Wang J. J., Liu G. D. (2003). “Construction control of reinforced concrete arch bridges”, *Journal of Bridge Engineering ASCE*, **8**(1), 39 – 45.
- Bažant Z.P. (1972) “Prediction of concrete creep effects using age-adjusted effective modulus method”, *Journal of the American Concrete Institute*, **69**, 212-217.
- Bažant Z.P., Najjar L.J. (1973). “Comparison of Approximate Linear Methods for Concrete Creep”, *Journal of the Structural Division ASCE*, **99**, ST9, 1851-1874.
- Bažant Z.P., Baweja S. (2000). “Creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: model B3”, *Adam Neville symposium: creep and shrinkage-structural design effects*, ACI SP-194, A. Al-Manaseer ed., Farmington Hills, Michigan, 1-83.
- Bažant Z.P. (2002). *Inelastic Analysis of Structures*. Chichester: J. Wiley and sons.
- Bažant Z.P., Guang-Ha Li, Yu Q.(2008). “Explanation of excessive long-time deflections of collapsed record-span box girder bridge in Palau”, Preliminary Report n. 08-09/A222e, *8th International Conference on Creep and Shrinkage of Concrete CONCREEP-8*, Ise Shima, Japan.
- Bažant Z.P., HuaLi G., Yu Q.(2008) “Prediction of creep and shrinkage and their effects in concrete structures: Critical appraisal”, *Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and concrete structures*, Tanabe ed., Taylor & Francis, London, 1275-1289. Jirásek, Z.P..
- Burgoyne C.J., Scantlebury R.C. (2006). “Why did Palau Bridge collapse?”, *The Structural Engineer*, **84** (11), 30-37.

- CEB (1993). Bulletin d'Information n° 213/214 - *CEB-FIP Model code 1990*, Thomas Telford, London.
- CEN, EN 1992-1-1 (2004). *Eurocode 2 – Design of concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings*, December 2004 edition.
- Cestelli Guidi C. (1987). *Cemento armato precompresso*. Hoepli, Milano.
- Chen D. W., Au F. T. K., Tham L. G., Lee P. K. K. (2000). “Determination of initial cable forces in prestressed concrete cable – stayed bridges for given design deck profiles using the force equilibrium method”, *Computers and Structures*, **74**, 1-9.
- Chiorino M.A., Napoli P., Mola F., Koprna M.(1984). “CEB Design Manual on Structural Effects of Time-dependent Behaviour of Concrete”, *CEB Bulletin d'Information 142/142bis*, Georgi Publishing Co.: Saint-Saphorin, Switzerland.
- Chiorino M.A., Creazza G., Mola F., Napoli P. (1986). “Analysis of Aging Viscoelastic Structures with n-Redundant Elastic Restraints”, *Fourth RILEM International Symposium on Creep and Shrinkage of Concrete: Mathematical Modelling*, Z.P. Bazant ed., Northwestern University, Evanston, 623-644.
- Chiorino M.A. (2005). “A Rational Approach to the Analysis of Structural Effects due to Creep” in: *Shrinkage and Creep of Concrete*, Gardner & Weiss ed., ACI SP-227, 107-141.
- Chiorino M.A., Sassone M. (2005) “Design Aids for the Evaluation of Creep Induced Structural Effects”, in: *Shrinkage and Creep of Concrete*, Gardner & Weiss ed., ACI SP-227, 239-259.
- Chiorino M. A., Sassone M. (2006). “Stress Redistributions in Concrete Structures after changes in the Static Scheme: A Comparison Between Theoretical and Approximate Solutions”, *Proceedings of the 2nd fib International Congress* held in Naples, Italy, Vol. 1, pp. 286-287 e CD.

- Chiu H.S., Chern J.C., Chang, K.C. (1996). “Long term deflection control in cantilever prestressed concrete bridges”, I and II. *J. Eng. Mech. ASCE*, **122**, 489-501.
- Corres H., Perez A. (1993) “Influence of construction sequence in prestressed concrete bridges”, *5th Int. RILEM Symp. on Creep and Shrinkage of Concrete*, Barcelona.
- Danjian H., Quansheng Y. (1999). “Cable force adjustment and construction control”, *Bridge Engineering Handbook*, a cura di Chen W. F., Duan L., 58 CRC Press, Boca Raton, USA.
- Dezi L., Menditto G., Tarantino A. M. (1993). “Viscoelastic heterogeneous structures with variable structural system”, *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, **119**, 238-250
- Dilger W.H. (1982). “Creep analysis of prestressed concrete structures using creep-transformed section properties”, *PCI Journal*, **27** (1), 98–117
- Dilger W.H. (1982). “Methods of Structural Creep Analysis, Creep and Shrinkage” in *Concrete Structures*, Z.P. Bažant e F.Wittman ed., John Wiley e Sons, New York.
- DM 2008. *Nuove norme tecniche per le costruzioni*. Ministero delle Infrastrutture.
- Fernandez Troyano L. (2005). *Terra sull’acqua*. Edizione italiana a cura di M. Arici. Dario Flaccovio Editore, Palermo.
- Franciosi V. (1958). *Ponti ad arco con impalcato sospeso*. Hoepli, Milano.
- Franciosi V. (1971). *Scienza delle costruzioni vol. 3°. Teoria delle strutture*. Liguori, Napoli.
- Gardner N.J., Lockman M.J. (2001). “Design provision for shrinkage of normal strength concrete”, *ACI Materials Journal*, **2**, 159-161.

- Grabow M. J. (2004). *Construction stage analysis of cable – stayed bridges*. Tesi di laurea discussa presso la Technical University of Hamburg Harburg, Germania.
- Hedjazi S., Rahai A., Sennah K. (2007). “Evaluation of creep effects on the time-dependent deflections and stresses in prestressed concrete bridges”, *Bridge Structures*, **3** (2), 119-132.
- Janjic D., Pircher M., Pircher H. (2002). “The unit load method – Some recent application”, *Advances in Steel Structures*, Vol. II, 831-837.
- Kristek V., Vrablik L. (2007). “Optimisation of tendon layout to avoid excessive deflections of long-span prestressed concrete bridges”, *Concrete engineering*, **11** (1), 30-33.
- Li W., Lv J., Zhang J., Song J. (2008). “Optimization of cable forces during cantilever construction for arch bridge”, *Chinese – Croatian Joint Colloquium. Long Arch Bridges*. Brijuni (Croazia), 277 – 283.
- Manterola Armisen J. (2000). *Puentes*. Esc. Tec. Sup. De Ingenieros De Caminos, Canales Y Puertos De Madrid.
- Migliacci A., Mola F. (2003). *Progetto agli stati limite delle strutture in c.a.*, parte II, Case Editrice Ambrosiana, Milano.
- Missbauer P. (1981). “Ponte ad arco eseguito con il procedimento per sbalzi successivi in Svizzera”, *L’industria italiana del cemento*, **6**, 379 – 388.
- Mola F. (2000). “Gli effetti della viscosità nei ponti a travata continua. Evoluzione degli schemi strutturali”, in *Ponti e Viadotti: concezione, progetto, analisi e gestione*, Pitagora Editrice, Bologna.
- Mola F., Giussani F. (2003). “Long-term behaviour of cable stayed bridges”, *Studies and Researches*, Fratelli Pesenti, Politecnico di Milano, **24**, 153-187.
- Mueller – Hagen S. (2005). *Berechnungsstrategien zur sicheren und formtreuen errichtung von schrägseilbrücken*. Tesi di laurea discussa presso la Technical University of Hamburg Harburg, Germania.

- Nascè V. (2008). *Forma e struttura nell'evoluzione dei ponti ad arco*. De Pontibus. A cura di S. Dobricic ed E. Siviero, Il Sole 24 Ore Pirola, 171-205, Milano.
- O'Connor C. (1971). *Design of bridge superstructures*. John Wiley and sons, New York.
- PCI (2003). *Bridge Design Manual*, Chapter 8, Chicago, Ill.
- Petrangeli M. P. (1996). *Progettazione e costruzione di ponti con cenni di patologia e diagnostica delle opere esistenti*. Edizione C.E.A., Milano.
- Pizzetti G., Zorgno Trisciuoglio A.M. (1980). *Principi statici e forme strutturali*. UTET, Torino.
- Raithel A. (1970). *Costruzione di ponti*. Liguori, Napoli.
- Recupero A. (2004). "Initial Cable-Forces Adjustments in Cable – Stayed Bridges: Effects of Parameters Uncertainties", *Advances in Structural Engineering and Mechanics ASEM'04*, Seoul.
- Tadros M.K., Ghali A., Dilger W.H. (1975). "Time-dependent prestress loss and deflection in prestress concrete members", *PCI Journal*, **20** (3), 86–98.
- Tadros M.K., Ghali A., Dilger W.H. (1977). "Effect of non-prestressed steel on prestress loss and deflection", *PCI Journal*, **22** (2), 50–63.
- Tadros M.K., Ghali A., Dilger W.H. (1979). "Long-term stresses and deformation of segmental bridges", *PCI Journal*, **24** (4), 66-87.
- Tadros M.K., Ghali A. (1985). "Partially prestressed concrete structures", *J. Struct. Eng. ASCE*, **111**, 8, 1846-1865.
- Trost H. (1967). "Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton," *Beton und Stahlbetonbau*, **62** (10), 230-238, (11), 261-269.
- Tveit P. (2010). *The Network arch*. Bits of manuscripts.

- Vitek J.L., Kristek V., Kohoutkova A. (2004). "Time development of deflections of large prestressed concrete bridges", *fib Symposium on Segmental Construction in Concrete*, New Delhi.
- Wang P. H., Tseng T. C., Yang C. G. (1991). "Initial shape of cable – stayed bridges", *Computers and Structures*, **46** (6), 1095-1106.
- Xiao R., Jia L., Song X., Xiang H. (2001). "Influence matrix method of cable tension optimization for long span cable-stayed bridges", *IABSE Conference on cable-supported bridges*, Seoul.
- www.polito.it/creepanalysis.

